

1. 设矩阵 C, D 的逆矩阵存在, E 为单位矩阵, 试证

$$(C + DD')^{-1} = C^{-1}D(E + D'C^{-1}D)^{-1} \quad (10分)$$

2. 求解方程组:

$$\begin{cases} x - 3y + 4z - 2w = 5 \\ 2y + 5z - w = 2 \\ y - 3z = 4 \end{cases}$$

(10分)

3. 试确定方程组

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - 8x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$

(10分)

的解空间的维数和基底

4. 求矩阵的特征值:

$$A = \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & \cdots & c_n \\ c_1 & c_2 & \cdots & c_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_1 & c_2 & \cdots & c_n \end{pmatrix}$$

(8分)

5. 试用正交变换法将二次型

$$F = 2x_1x_2 + 6x_2x_3$$

化为法式。

(12分)

6. 设随机向量 (X, Y) 有分布密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} axe^{-x(1+y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

试求: (1) 常数 a ;

(2) (X, Y) 的二维分布函数;

(3) 概率 $p = P\{X - Y > 1\}$

(15分)

7. 设随机变量 X, Y 的联合分布密度为

$$f(x, y) = A e^{-ax^2 + bxy - cy^2}$$

试问在什么条件下, X 与 Y 相互独立.

(10分)

8. 设某项比赛共有 8 个组参加, 由每次胜方再组成比赛组, 且这种比赛组由上次胜方用抽签法组成. 试求其中某两个指定组在某一次比赛中相遇的概率. 但假定这 8 个组的实力不相上下, 且各次比赛的胜负是独立的, 并不作决定第三名的竞赛.

(15分)

9. 设随机变量 X 的分布为

$$P\{X=k\} = \frac{k^n - (k-1)^n}{N^n}, \quad k=1, 2, \dots, N$$

试求 $E\{X\}$, 且当 N 充分大时 $E\{X\}$ 的近似值是多少?

(10分)