

北京科技大学

2010 年硕士学位研究生入学考试试题

试题编号: 810 试题名称: 运筹学 (共 3 页)

适用专业: 系统工程

说明: 所有答案必须写在答题纸上, 做在试题或草稿纸上无效。

一、选择与填空题 (27 分, 每空 3 分)

- 若 $p^{(k)}$ 是 $f(X)$ 在 $X^{(k)}$ 处的下降方向, 则需满足_____。
- 两阶段法中, 若第一阶段目标函数最优值不为 0, 则原问题_____。
- 最速下降法的搜索方向_____。
- 在拟牛顿算法中要求 $H^{(k)}$ 对称正定是为了保证搜索方向 $p^{(k)} = -H^{(k)} g^{(k)}$ _____。
- Fibonacci 法在 $[2, 6]$ 区间上取的初始点是_____。
- 根据对偶解的经济含义, 若天然气是资源是我国的一种稀缺能源资源, 其影子价格必然是()
(A) 不能确定 (B) < 0 (C) $= 0$ (D) > 0
- 设线性规划
$$\begin{array}{ll} \min CX \\ s.t. \begin{cases} AX = b \\ X \geq 0 \end{cases} \end{array}$$
 有可行解, 则此线性规划一定有 ()
(A) 基本可行解 (B) 基本可行最优解 (C) 最优解 (D) 基本解
- 设 H 为对称正定阵, 方向 p_1, p_2 关于 H 共轭, 则 p_1, p_2 应满足 ()
(A) $p_1^T H p_2 > 0$ (B) $p_1^T H p_2 < 0$ (C) $p_1^T H p_2 = 0$ (D) $p_1 p_2 \neq 0$
- 无约束最优化问题 $\min_{x \in R^n} f(x)$ 中, 如果在 x^* 的某个邻域内满足 $f(x) \geq f(x^*)$, 则 x^* 是 $\min_{x \in R^n} f(x)$ 问题的 ()
(A) 全局最优解 (B) 局部最优解 (C) 极点 (D) K—T 点

二、(20 分) 对于下列线性规划问题:

$$\max Z = 2x_1 + 5x_2$$

$$s.t. \quad x_1 \leq 4$$

$$x_2 \leq 6$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- 用单纯形法求解最优解, 最优值;
- 写出最优基, 最优基的逆阵;
- 写出对偶规划; 对偶规划的最优解。

三、(21 分) 已知下列线性规划及其最优单纯形表：

$$\max Z = 6x_1 + 2x_2 + 12x_3$$

$$s.t \quad 4x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 24$$

$$2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

，其中 x_4, x_5 是松弛变量。

c_j		6	2	12	0	0
X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
y_{0j}	-96	-10	-2	0	-4	0
x_3	8	4/3	1/3	1	1/3	0
x_5	6	-2	5	0	-1	1

(1) 当 $b_2 \rightarrow \bar{b}_2 = b_2 + \Delta b_2$ 时，求出使最优基不变的 Δb_2 的范围；

(2) 当 $c_3 \rightarrow \bar{c}_3 = c_3 + \Delta c_3$ 时，求出使最优解不变的 \bar{c}_3 的范围；

(3) 在原线性规划的约束条件上增加新约束： $x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 12$ ，其最优解是否变化？如变化，求出新的最优解。

四、(12 分)

用表上作业法求解下面运输问题的最优调运方案和最小总运费：

销地 产地	B_1	B_2	B_3	B_4	产量
A_1	3	5	4	9	30
A_2	7	4	5	8	30
A_3	9	7	2	5	50
销量	15	10	45	40	

五、(16 分) 已知线性整数规划：

$$\max Z = 3x_1 + 6x_2$$

$$s.t \quad -x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 7$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \text{整数}$$

其相应伴随规划的最优解为： $x_1 = 0$ ， $x_2 = \frac{7}{2}$ 及最优单纯形表为：

X_B	b	x_1	x_2	u_1	u_2
y_{0j}	-21	0	0	0	-3
u_1	5	-2	0	1	-1
x_2	7/2	1/2	1	0	1/2

(1) 对 x_2 进行分枝，写出相应的分枝规划（不要求求解）；

(2) 由最优单纯形表的第二个方程推导出割平面方程。

六、(14 分)

用牛顿法求解下列问题: $\min f(X) = 2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 + x_1 - x_2$

取初始点 $x^{(1)} = (0, 0)^T$.

七、(14 分)

给定非线性规划问题

$$\min f(X) = (x_1 - 1)^2 + x_2$$

$$s.t. \quad g_1(x) = -x_1 - x_2 + 2 \geq 0$$

$$g_2(x) = x_2 \geq 0$$

求满足 K-T 条件的点.

八、(14 分)

试用内点法求解下列问题:

$$\min f(X) = 5x_1 + 4x_2$$

$$s.t. \quad x_1 \geq 1$$

$$x_2 \geq 0$$

九、(12 分)

设 $f(x)$ 是正定二次函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^T Qx + b^T x + c$

试证: 若 \hat{x} 与 \bar{x} 分别是 $f(x)$ 在两条平行于方向 p 的直线上的极小点, 则方向 p 与方向 $u = \hat{x} - \bar{x}$ 关于 Q 共轭.