

北方交通大学一九九八年硕士学位研究生入学考试试题

考试课程:

运筹学

共 2 页

一. 下列线性规划问题

(15分)

$$\max Z = 4x_1 + 5x_2$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} 9x_1 + 4x_2 \leq 3600 \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 2000 \\ 3x_1 + 10x_2 \leq 3000 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

1. 用单纯形法求最优解;

2. 求出其所有最优解。 (运算时保持分数形式)

二. 利用对偶问题的基本性质, 证明下列线性规划问题无
(10分) 最优解.

$$\min Z = x_1 - x_2 + x_3$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_1 - x_3 \geq 4 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 3 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

三. 试推导出下列类型的线性规划问题关于 b_i 的最优度
(10分) 分解公式

$$\max Z = CX$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} AX \leq b \\ X \geq 0 \end{cases}$$

$$C = (c_1, c_2, \dots, c_n)$$

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$$

$$b = (b_1, b_2, \dots, b_m)^T$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

四. 某公司生产一种产品, 只在每年前4个月有需求, 1, 2, 3, 4
(10分) 月分别需要 100, 200, 400, 350 单位. 它的生产能力为 250 单位/月

出厂单位成本 1200 元, 本月产品存入下月时存储费为 200 元/单位·月.

公司也可以从市场购买此产品, 单位费用 1500 元, 4 个月相同.

问如何安排该公司生产及购货任务, 使既满足需求, 又使总费用最小.

109

试建立该问题的运输问题平衡表模型 (不解).

五. 用分枝定界法求解下列整数规划问题

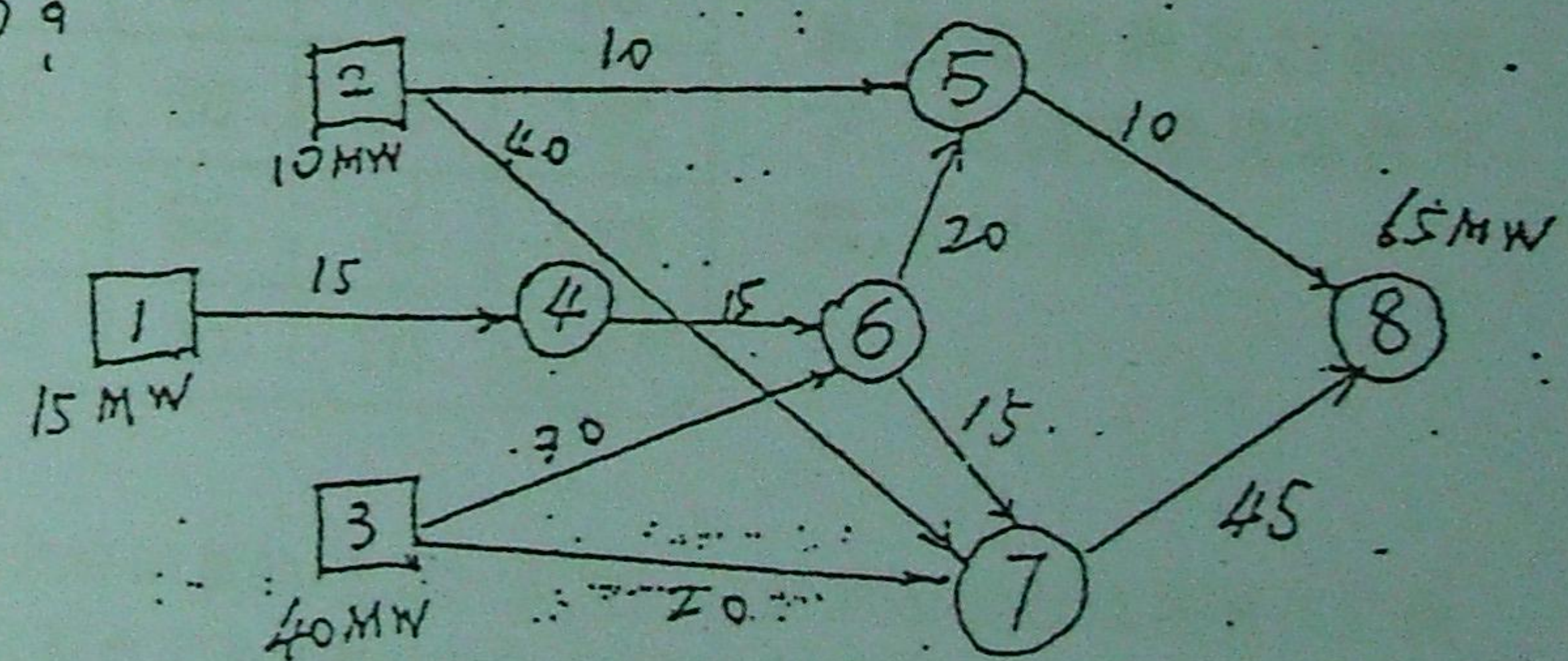
(15分)

$$\max Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$s.t \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 14 \\ 2x_1 + x_2 \leq 9 \\ x_1, x_2 \geq 0 \text{ 且为整数} \end{cases}$$

六. 某系统由3个部件(A, B, C)串联组成, 3个部件相互独立. 各部件故障率 A为0.3, B为0.4, C为0.2. 现有资金10万元用于购买三种部件组成系统. 为提高可靠性, 可在每个部件上并联若干. 各部件价格为 A为3万元, B为2万元, C为1万元. 问3个部件各应配备多少, 才能使系统可靠性最大?

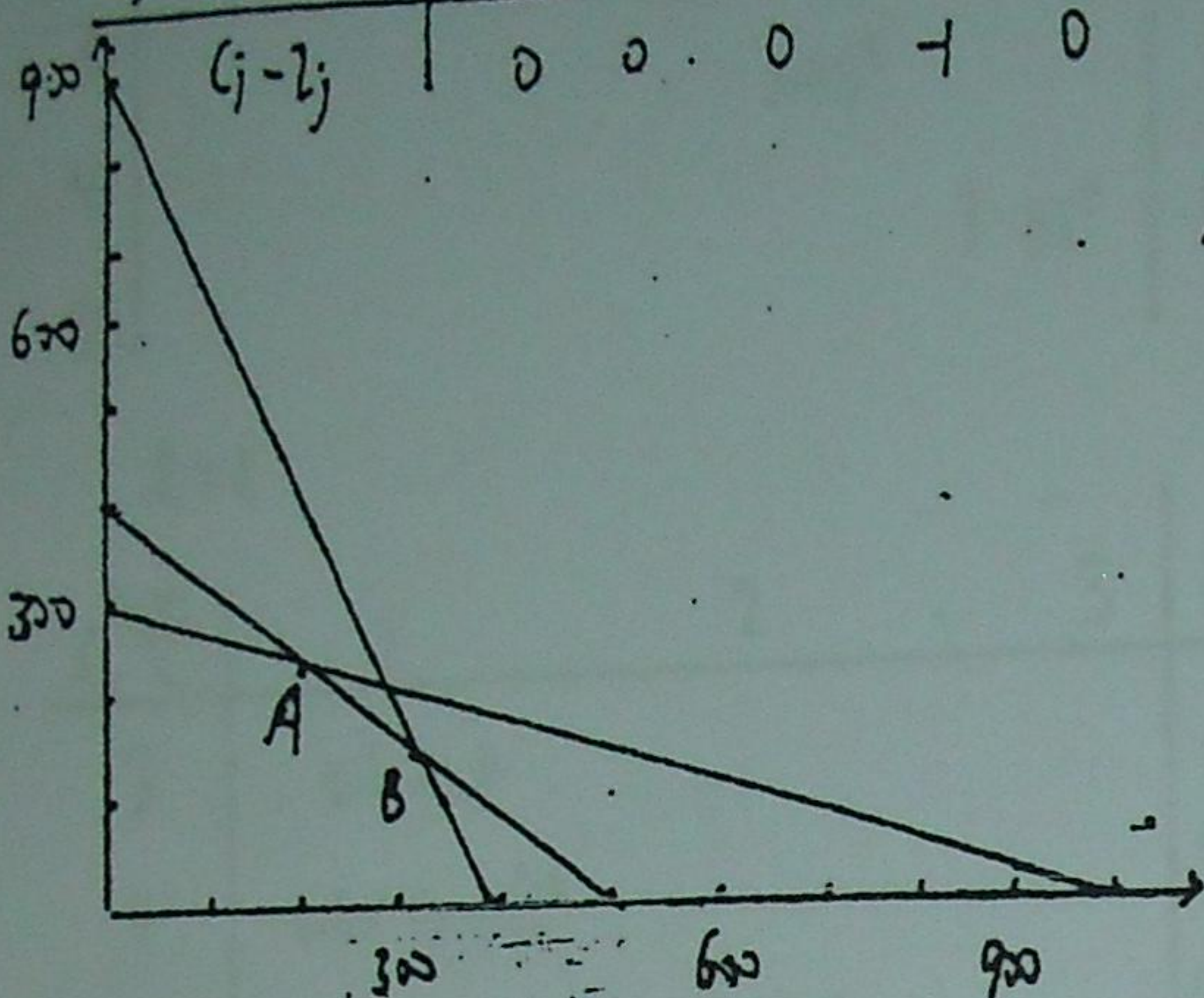
七. 城市8的电力需由三个发电站1, 2, 3供应. 三个电站的发电能力分别为15MW, 10MW和40MW. 输电网络各线路的输电能力见图上的数字. 城市8需求65MW. 试问: 输电网络的输电能力最大是多少? 能否满足输电65MW给城市8. 若不能, 应在哪些线路上增加多少输电能力?



八. 在连通无向图G中, 两个顶点u, v之间的距离, 定义为连接两个顶点的链中, 具有最小边数的一条链上的边数, 记作 $d_G(u, v)$. 设G的顶点u的偏心数 $E(u) = \max_{v \in V} d_G(u, v)$. V是G的顶点集. G中具有最小偏心数的顶点称为G的中心. 试证: 树有一个中心或有两个中心.

<九八>

C_B	X_B	b	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
0	X_3	850	0	0	1	$-\frac{1}{25}$	$\frac{38}{25}$
4	X_1	200	1	0	0	$\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{5}$
3	X_2	240	0	1	0	$-\frac{3}{25}$	$\frac{4}{25}$



A点坐标(200, 240) B点坐标($\frac{200}{58}$, $\frac{720}{58}$)

线段A.B上的所有点都是最优解

二. 该问题存在可行解, 其对偶问题为:

$$\text{Max } Z' = 4Y_1 + 3Y_2$$

$$\begin{cases} Y_1 + Y_2 \leq 1 \\ -Y_1 - Y_2 \leq -1 \\ 2Y_1 \leq 1 \\ Y_1, Y_2 \geq 0 \end{cases}$$

对偶问题无可行解, 因而无最优解

因此原问题也无最优解.

三.

四. 构造一个虚拟的需求, 需求量为1000

需求	一	二	三	四	虚	需求量
一	1200	1400	1600	1800	0	250
二	\	1200	1400	1600	0	250
三	\	\	1200	1400	0	250
四	\	\	\	1200	0	250
五	1500	1500	1500	1500	0	1050
产量	100	200	400	350	1000	

五. 当不考虑条件: X_1, X_2 为整数时, 最优解为

(2.25, 2.5) 值为14.75

$$\bar{Z} = 14.75 \quad Z = 0$$

当 $X_1 \geq 4$ 时, 设为问题 B_1 .

$$Z^* = 14 \quad X_1 = 4 \quad X_2 = 1$$

$$\bar{Z} = 14.75 \quad Z = 14$$

当 $X_1 \leq 3$ 时, 设为问题 B_2 .

$$Z^* = 14.33 \quad X_1 = 3 \quad X_2 = \frac{8}{3}$$

当 $X_2 \geq 3$ 时, 设为问题 B_3 .

$$Z^* = 13.5 \quad X_1 = 2.5 \quad X_2 = 3 \quad \text{不符合}$$

当 $X_2 \leq 2$ 时, 设为问题 B_4 .

$$Z^* = 14.5 \quad X_1 = 3.5 \quad X_2 = 2 \quad \text{不符合}$$

整数解为 $X_1 = 4 \quad X_2 = 1$

$$Z^* = 14$$

$k=3$

$s_3 \backslash x_3$	1	2	3	4	5	$f_k(s_k)$	x_k^*
1	0.8					0.8	1
2		$1-0.2^2$				$1-0.2^2$	2
3			$1-0.2^3$			$1-0.2^3$	3
4				$1-0.2^4$		$1-0.2^4$	4
5					$1-0.2^5$	$1-0.2^5$	5

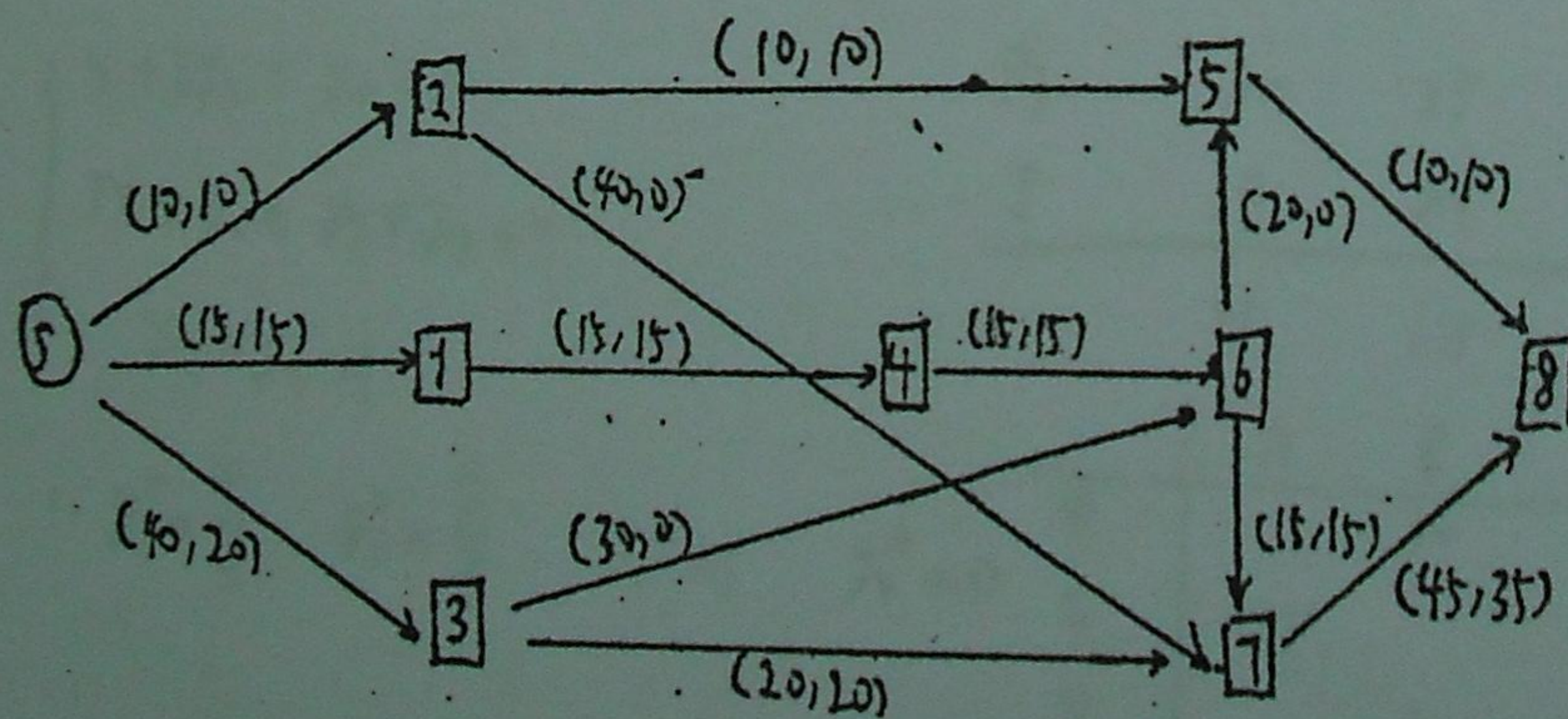
$k=2$

$s_2 \backslash x_2$	1	2	3	$f_k(s_k)$	x_k^*
3	0.6×0.8			0.48	1
4	$0.6 \times (1-0.2^2)$			0.576	1
5	$0.6 \times (1-0.2^3)$	$(1-0.4^2) \times 0.8$		0.672	2
6	$0.6 \times (1-0.2^4)$	$(1-0.4^2) \times (1-0.2^2)$		0.7764	2
7	$0.6 \times (1-0.2^5)$	$(1-0.4^2) \times (1-0.2^3)$	$(1-0.4)^3 \times 0.8$	0.83328	2

$s_1 \backslash x_1$	1	2	$f_1(s_1)$	x_1^*
10	0.7×0.83328	$(1-0.3) \times 0.576$	0.58329	1

A 配件配备 1 个 B 配件配备 2 个 C 配件配备 3 个

t.



$f(i, j)$

输电能力最大为 45 MW

将 5 → 的容量提高到 30 MW 即可

98(2)