北方交通大学一九九七年硕士学位研究生入…　　共 1 页

运 筹 学

考试课程：

一、(20)利用单纯形方法求 $x_j(j=1,2,\cdots,6)$，满足

$$\begin{cases} x_1+3x_2-x_3+2x_5=7 \\ -2x_2+4x_3+x_4=12 \\ -4x_2+3x_3+8x_5+x_6=10 \end{cases}$$

$$x_j\geqslant 0 \qquad (j=1,2,\cdots,6)$$

$$\min f=x_2-3x_3+2x_5$$

二、(20)设二次函数

$$f(x)=\frac{1}{2}x^TAx+b^Tx+c,$$

其中 $x\in E^n$，A 为 $n\times n$ 阶对称矩阵，b 为 n 维列向量，c 为一实数，试用凸函数的定义证明：

(1)当 A 为半正定时，$f(x)$ 为凸函数；

(2)当 A 为正定时，$f(x)$ 为严格凸函数。

三、(20)利用罚函数法求解问题：

$$\begin{cases} \min x, x\in E^1 \\ x\geqslant 0 \end{cases}$$

四、(15)证明下列线性规划问题一定有最优解：

$$\max \sum_{j=1}^{n} c_jx_j$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j\leqslant b_i, \qquad i=1,2,\cdots,m$$

$$x_j\geqslant 0, \qquad j=1,2,\cdots,n$$

这里 $b_i>0$，$c_j>0$，$a_{ij}\geqslant 0$，且 $\sum_{i=1}^{m}a_{ij}>0, j=1,2,\cdots,n$.

五、(15)设 $G=(V,E)$ 是一个图，V 为节点集，E 为边集，$|V|=2n$（$|V|$ 为节点的个数）。$a,b\in V$ 为 G 的两个节点，$G-\{a,b\}$ 有一个完满对集(或完备对集)，a,b 之间没有相连的边。若

$$\rho(a)+\rho(b)\geqslant 2n-1.$$

其中，$\rho(\cdot)$ 为节点的次，试证在 G 上也有一个完满对集。

六、(10)设 $N=(V,E,f)$ 是一个网络，其中 V 和 E 分别为节点集和边集，f 为 E 上的一个权函数，且对任何 $e\in E$，$f(e)\in\{0,1\}$。令 x 为 V 上的一个变量，且对任何 $v\in V$，$x(v)\in\{0,1\}$。试说明下列方程组对任何 $e=(u,v)\in E$，$u,v\in V$，

$$x(u)+x(v)=f(e) \pmod 2$$

何时有解，何时有唯一解。