1999年北方交通大学现代控制理论考研试题

（本试卷共六题，考生可任选其中五题做，每题20分）

（一）已知 $A=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\2&-5&4\end{bmatrix}$ 求 e^{At}。

（二）设线性定常系统如下，判别其能控性，若不是完全能控的，试将该系统按能控性进行分解。

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0&0&-1\\1&0&-3\\0&1&-3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}0&1&-2\end{bmatrix}x$$

（三）已知受控系统的传递函数为

$$G(s)=\frac{10}{s(s+1)(s+2)}$$

试设计状态反馈阵k，使闭环系统的极点为 -2，$-1\pm j$。

（四）设系统状态方程及边界条件为：

$$\dot{x}=u，\quad x(0)=2，\quad x(t_f)=0$$

试求最优控制 $u^*(t)$，使下列性能指标

$$J=t_f^2+\frac{1}{2}\int_0^{t_f}u^2dt$$

取极小值。

(五) 已知系统状态方程及初始条件

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1(0) = 1 \\ x_2(0) = 1 \end{cases}$$

$|u(t)| \le 1$。试求最优控制 $u^*(t)$，使下列性能指标

$$J = x_1(t_f) - x_2(t_f) + \int_0^4 |u| dt$$

取极小值，并分段求出最优轨迹。

(六) 设一阶离散系统

$$x(k+1) = x(k) + u(k), \quad k = 0, 1$$
$$x(0) = x_0$$

试求最优控制 $u^*(k)$ 及最优轨迹 $x^*(k)$，使下列性能指标

$$J = \frac{1}{2} x^2(2) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{1} u^2(k)$$

取极小值。