

一. (16分) 简要解答

1. 写出  $\hat{L}_y$  的本征值 (2分)
2. 在以氢原子定态波函数组成的表象中,  $\hat{L}^2$  和  $\hat{L}_z$  的矩阵具有何种形式 (2分)
3. 证明厄米算符的本征值是实数 (6分)
4. 粒子在一维无限深势阱中运动, 势阱宽度为  $a$ . 某时刻状态为  $\psi(x) = \sqrt{\frac{30}{a^5}} x(a-x)$ , 计算能量的平均值. (6分)

二. (20分) 一刚性转子绕固定轴转动, 转动惯量为  $I$ . 它能量的经典表示式  $H = \frac{L^2}{2I}$ ,  $L$  为角动量. 求与之对应的量子体系的定态能量和波函数.

三. (20分) 某时刻氢原子处于状态  $\Psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2}\psi_{100} - \frac{1}{2}\psi_{210} + \frac{\sqrt{2}}{2}\psi_{211}$ , 其中  $\psi_{nlm}$  为氢原子的归一化定态波函数, 计算  $E, L, L_z$  的可能值, 相应几率, 平均值. 设定态能量  $E_n$  已知, 写出  $\Psi(r, t)$ .

已对 5.18

大学硕士研究生入学考试试题

量子力学

43

四. (20分) 1. 电子处于自旋态,  $\chi(s_y) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$  计算: (1) 此态测量  $S_z$ , 可能值、几率、平均值. (2)  $S_x$  的可能值.

2. 由  $[\hat{S}_x, \hat{S}_y] = i\hbar \hat{S}_z$  计算在  $\hat{S}_y$  的本征态  $\chi_{\frac{1}{2}}(s_y)$  中,  $\hat{S}_x$  与  $\hat{S}_y$  的测不准关系  $\overline{(\Delta S_x)^2} \cdot \overline{(\Delta S_y)^2}$ .

五. (8分) 求线性谐振子的哈密顿量在动量表象中的矩阵元。

六. (8分) 一维非线性谐振子的势能为  $U(x) = \frac{1}{2}\mu\omega^2 x^2 + \alpha x^4$  把非谐振项看作微扰, 计算  $\psi_n$  态能量的一级修正. 设  $\psi_n(x)$  为线性谐振子的归一化定态波函数, 有

$$(\alpha x) \psi_n = \sqrt{\frac{n}{2}} \psi_{n-1} + \sqrt{\frac{n+1}{2}} \psi_{n+1} \quad \alpha = \sqrt{\frac{\mu\omega}{\hbar}} \text{ 为已知常数.}$$

七. (8分) 一体系由两个全同粒子组成, 粒子间无相互作用. 粒子有三个可能的单粒子态,  $a, b, c$ , (已归一). 试就玻色子和费米子两种情况写出体系全部可能的归一化波函数.