

考试科目：管理运筹学

请写出：1、考生需携带的有关物品：计算器
2、对学生的具体要求：

一、(30分)某厂下一个计划期准备利用设备甲、乙、丙生产A、B、C三种产品，生产单位产品所需的设备台时有关数据如下：

设备	产品			设备可利用台时(小时)
	A	B	C	
甲	8	2	10	300
乙	10	5	5	400
丙	2	13	5	390
利润(千元/件)	2.5	2	4	

- (1) 如何安排生产，使该厂生产利润最大？最大利润是多少？
- (2) 如果可利用其它厂的设备来扩大生产，每月可租用300台设备甲，租金为8.4万元，问是否要租借？
- (3) 如果A产品对各种设备的生产消耗变为 $(8, 2, 5)^T$ ，单位利润为3，是否要生产A产品。

二、(13分)由A、B两煤矿供应甲、乙、丙三个城市煤炭，各煤矿可供应量、各城市需求量及各煤矿到各城市间运价(元/吨)如下表：

运价	城市			供应量(万吨)
	甲	乙	丙	
煤矿				
A	15	18	22	400
B	21	25	16	450
需要量(万吨)	320	250	350	

由于供不应求，经研究平衡决定，甲城市供应量可减少0~30万吨，乙城市需求量须全部满足，试求将甲、乙两矿煤炭全部分配出去，满足上述条件又使总费用为最低的调运方案。

三、(15分)(1)对整数规划问题

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 1 \\ 3x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \text{ 且为整数} \end{cases}$$

去掉变量为整数的约束，引入松弛变量 x_3, x_4 ，并用单纯形法求解，可得最终单纯形表如下：

C_j			1	1	0	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4
1	x_1	3/4	1	0	-1/4	1/4
1	x_2	7/4	0	1	3/4	1/4

则下面()式是这个问题的割平面方程。

A. $-\frac{1}{4}x_3 + \frac{1}{4}x_4 \leq -\frac{3}{4}$

B. $-\frac{3}{4}x_3 - \frac{1}{4}x_4 \leq -\frac{3}{4}$

C. $\frac{3}{4}x_3 + \frac{1}{4}x_4 \leq -\frac{7}{4}$

D. $\frac{1}{4}x_3 - \frac{1}{4}x_4 \leq -\frac{3}{4}$

考试科目: 管理运筹学

请写出: 1、考生需携带的有关物品: 计算器
2、对学生的具体要求:

(2) 某公司有可利用资金 M 万元, 拟在 S_1, S_2, \dots, S_m 处增建五个分店。经市场调研和预测, 增建分店时要考虑以下几点:

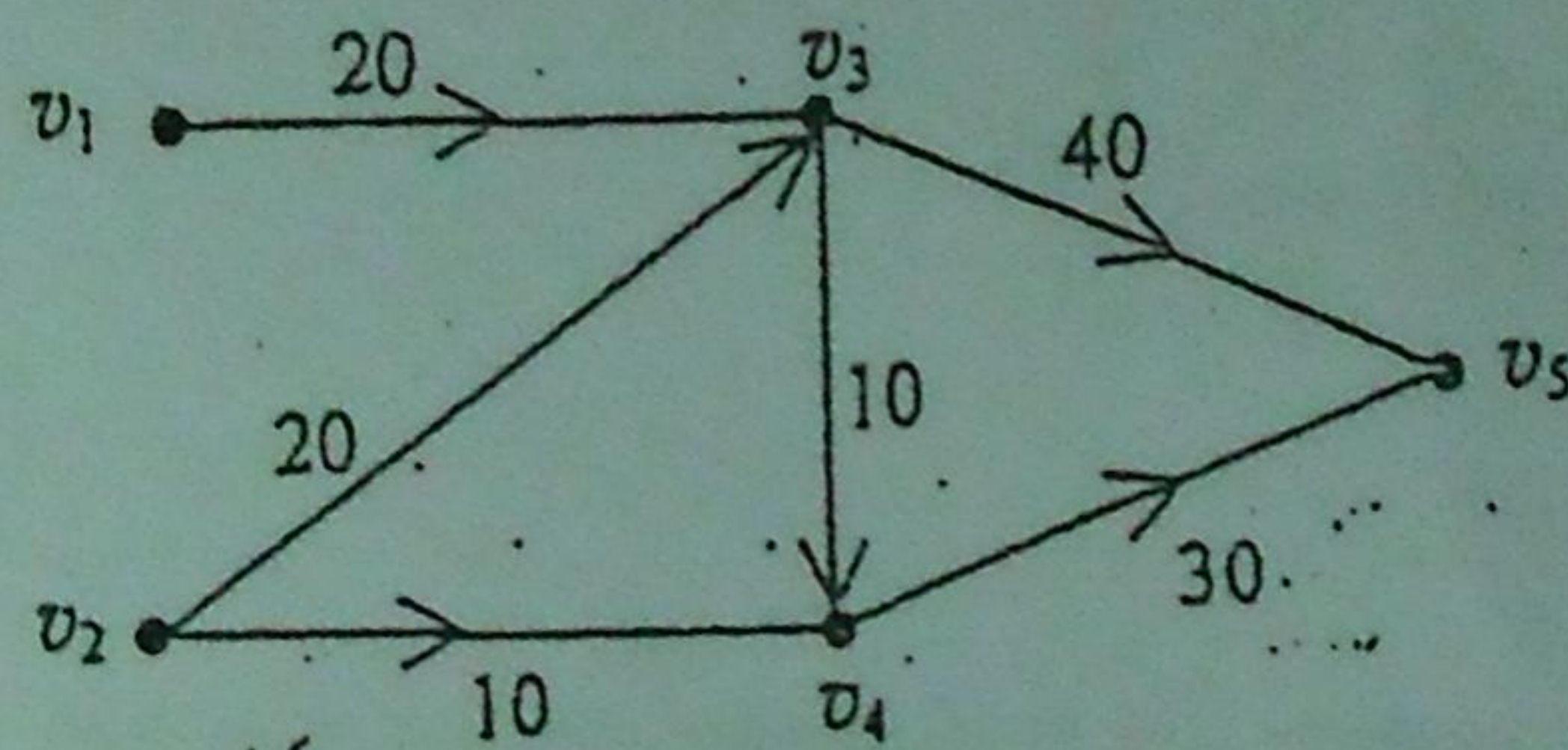
- ① 第 i 处建分店的投资为 C_i 万元;
- ② S_1, S_2, S_3 三处至多建两个分店;
- ③ S_4, S_5 两处至少建一个分店;
- ④ S_6, S_7, S_8 三处中应建一个分店;

*建立满足上述条件且总投资额为最小的整数规划模型。

四、(12 分) 某工厂为职工设立了昼夜 24 小时都能看病的医疗室 (按单服务台处理), 医疗室有两个供病人等候看病的椅子, 病人到达医疗室如没有座位就依次站立等候。病人按泊松流到达, 平均每小时到达 3 人, 医生给病人看病时间服从负指数分布, 平均给每个病人看病时间为 12 分钟。因工人看病每小时给工厂造成的损失为 20 元。

- (1) 求病人到达医疗室需要站立等待的概率。
- (2) 平均每个病人在医疗室要等待多长时间。
- (3) 工厂每天损失的期望值。

五、(15 分) 从两口油井 v_1, v_2 经管道将原油输至脱水处理厂 v_5 , 中间经过 v_3, v_4 两个泵站。下图中弧旁数字为各管道的最大通过能力 (吨/小时), 求从油井每小时能输送到处理厂的最大流量。(写出求解的过程和结果)。



六、(15 分) 某公司总部有一部货车沿着公路给四个零售店卸下 5 箱货物, 如果各零售店出售该货物所得利润如下表所示。

零售店	1	2	3	4
利润 (千元)				
箱数				
0	0	0	0	0
1	4	3	3	4
2	5	4	5	5
3	6	6	7	6
4	7	8	8	6
5	7	9	8	6

- 1. 试求使总利润最大的动态规划递推方程。
- 2. 如果用逆推法, 阶段 k 表示第 k 个零售店, $p_k(x_k)$ 表示给零售店 k 得到 x_k 箱货物的利润, $f_k(s_k)$ 表示第 k 店到第 n ($n=4$) 店的总利润, 则 $k=4, k=3$ 时动态规划求解过程如下表给出, 试完成后各阶段的动态规划求解过程。

< 200 | 7

Max Z = 2.5x₁ + 2x₂ + 4x₃

$$\begin{cases} 8x_1 + 2x_2 + 10x_3 \leq 300 \\ 10x_1 + 5x_2 + 5x_3 \leq 400 \\ 2x_1 + 13x_2 + 5x_3 \leq 390 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

结果为:

C _B	X _B	b	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
4	x ₃	26	5/5	0	1	13/120	0	-1/60
0	x ₄	170	20/3	0	0	-1/3	1	-1/3
2	x ₂	20	-1/6	1	0	-1/24	0	1/12
			-0.15	0	0	-0.35	0	-0.1

(1) A产品不生产 B产品生产20件 C产品生产26件

最大利润为 144,000元

$$B^{-1}b = \begin{bmatrix} 13/120 & 0 & -1/60 \\ -1/3 & 1 & -1/3 \\ -1/24 & 0 & 1/12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32.5 \\ -100 \\ -12.5 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1}(b + \Delta b) = \begin{bmatrix} 26 + 32.5 \\ 170 - 100 \\ 20 - 12.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 58.5 \\ 70 \\ 7.5 \end{bmatrix}$$

则新解为 (0, 7.5, 58.5) 利润为 249,000

~~249,000~~ 249,000 - 144,000 > 84,000

租借300台甲用率较大再生产

(3) $\sigma_1 = 3 - [0.35, 0, 0.1] \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} = -0.3 < 0$

仍不生产A

二. 设一厂生产甲乙丙产量为70万吨

	甲	乙	丙	甲'	
A	15	18	22	15	400
B	2	25	16	21	450
C	1	1	0	0	70
	290	250	350	30	

结果为:

	甲	乙	丙	甲'
A	150	250		
B	140		310	
C			40	30

最终调运方案 A给甲150万吨, 乙250万吨

B给甲140万吨, 丙310万吨

三. B

(2) 设 $x_i = \begin{cases} 1 & \text{在第 } i \text{ 处建分店} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$

Min Z = $\sum_{i=1}^{10} C_i x_i$

$$\sum_{i=1}^{10} C_i x_i \leq M$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 2$$

$$x_4 + x_5 \geq 1$$

$$x_6 + x_7 + x_8 = 1$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 5$$

四. $\lambda = 3 \lambda / \text{小时}$ $u = 5 \lambda / \text{小时}$ $f = \frac{\lambda}{u} = \frac{3}{5}$

(1) $1 - p_0 - p_1 - p_2 = 1 - 0.4 - 0.24 - 0.144 = 0.216$

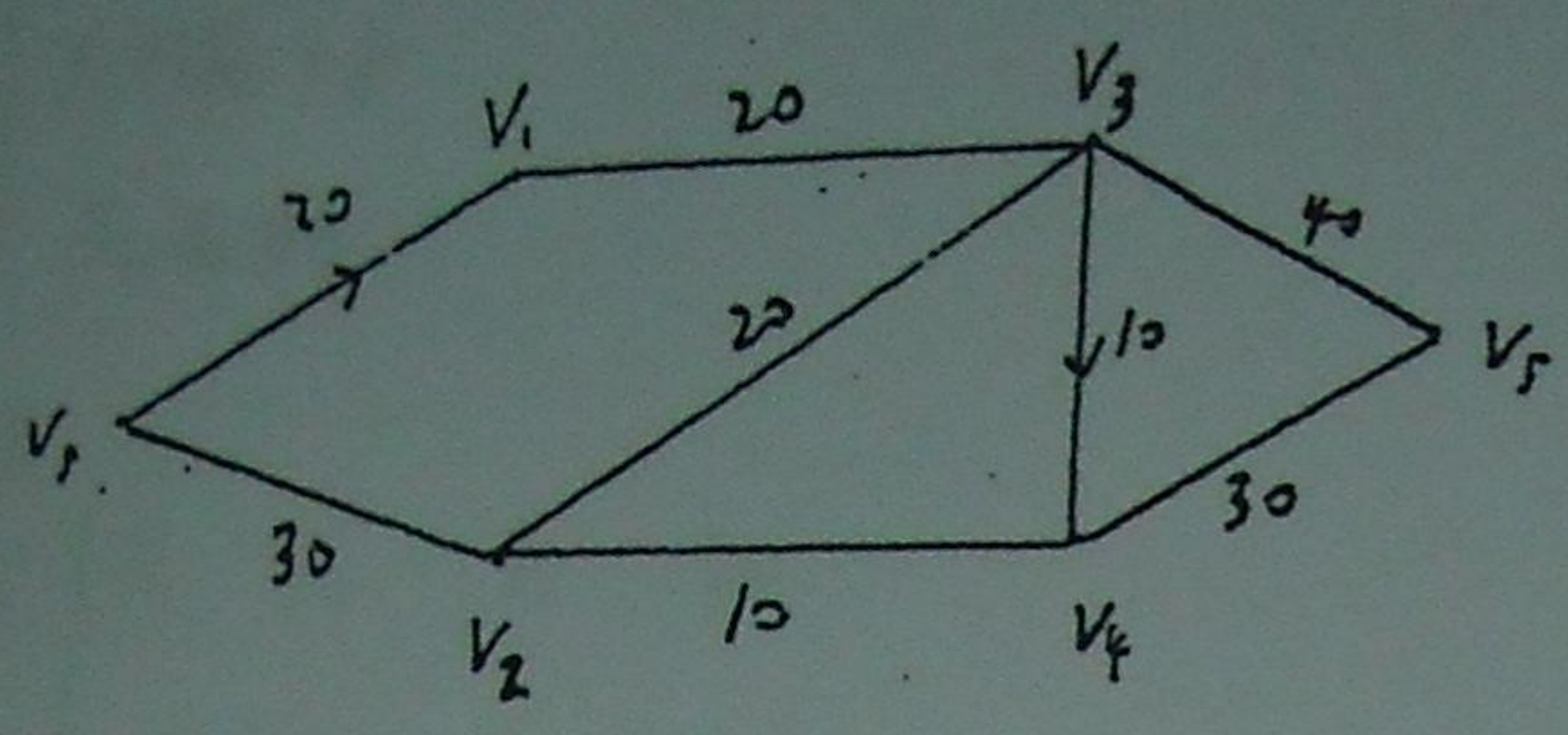
(2) $W_2 = \frac{\rho}{u - \lambda} = 0.3 \text{ 小时}$

(3) $L_2 = \frac{\lambda}{u - \lambda} = 0.15 \text{ 小时}$

投资: $(\lambda \times L_2 \times 20) \times 24 = 720 \text{ 元}$

进给增广链 $V_5 \rightarrow V_1 \rightarrow V_3 \rightarrow V_5$ $\theta = 10$

2. 构造一个虚拟的增广链 $V_5 \rightarrow V_1$ 的输油能力为 20 吨/小时 到 V_2 的输油能力为 30 吨/小时.



~~增广链~~ 初始可行流为 0.

找一条链 $V_5 \rightarrow V_1 \rightarrow V_2 \rightarrow V_5$

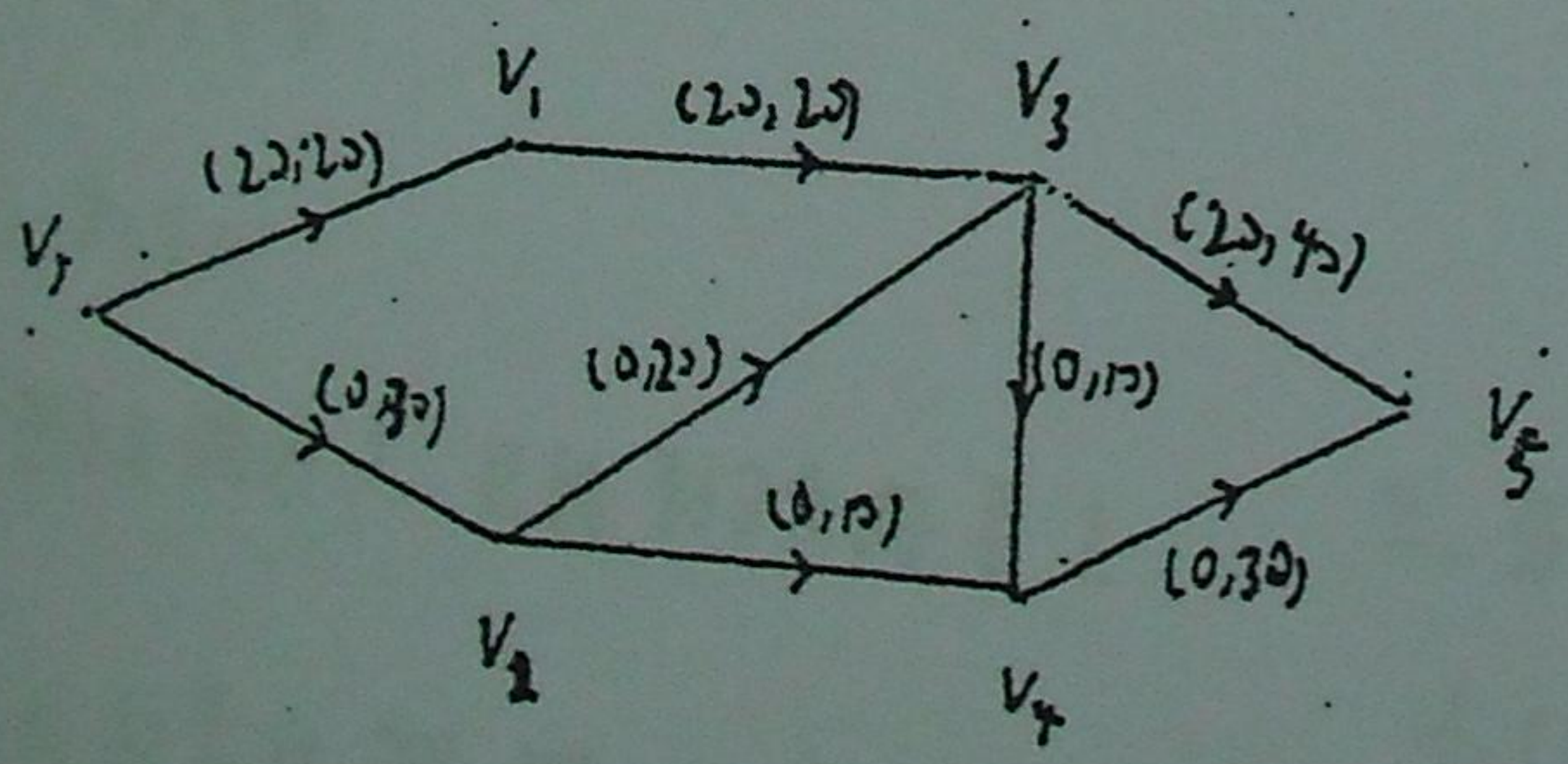
调整: $\theta = \min\{20-0, 30-0, 40-0\} = 20$

已知 $\theta = \min\{\min\{f_{ij} - f_{ij}, \min\{f_{ij}\}\}\}$

$$\theta = \min\{20-0, 20-0, 40-0\} = 20$$

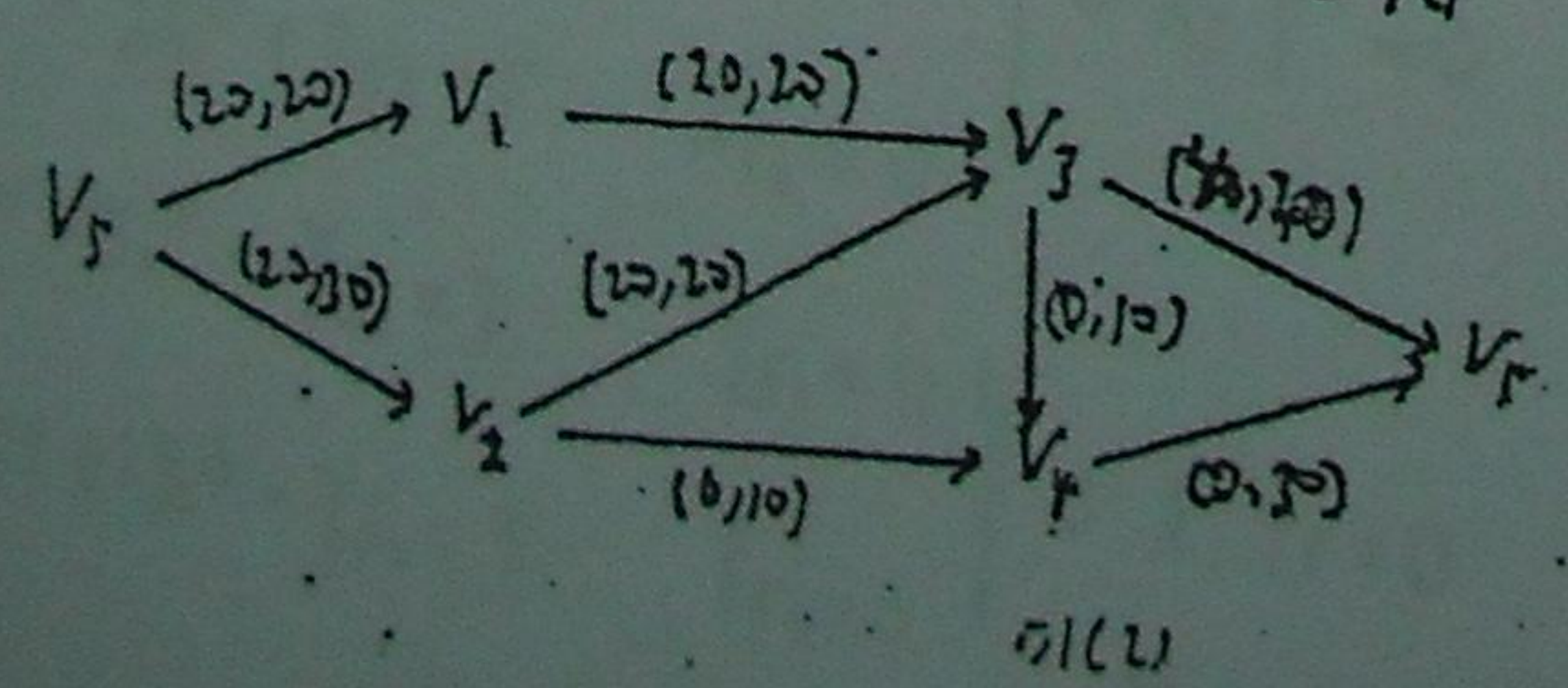
$$f_{ij}^* = \begin{cases} f_{ij} + \theta & (V_i, V_j) \in U^+ \\ f_{ij} - \theta & (V_i, V_j) \in U^- \\ f_{ij} & (V_i, V_j) \notin U \end{cases}$$

得到新的流量图. ~~(f_{ij}, f_{ij})~~ 流量表 $(f_{ij}, (ij))$

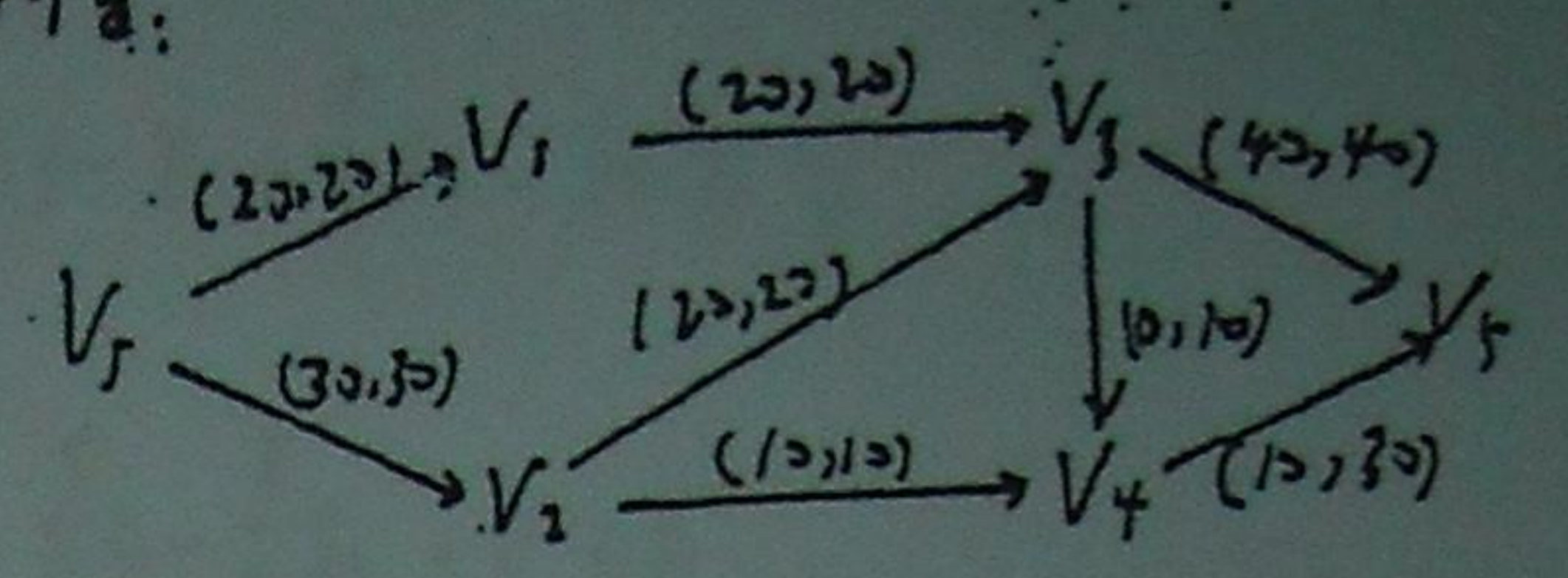


找新的增广链 $V_5 \rightarrow V_2 \rightarrow V_3 \rightarrow V_5$ 调整

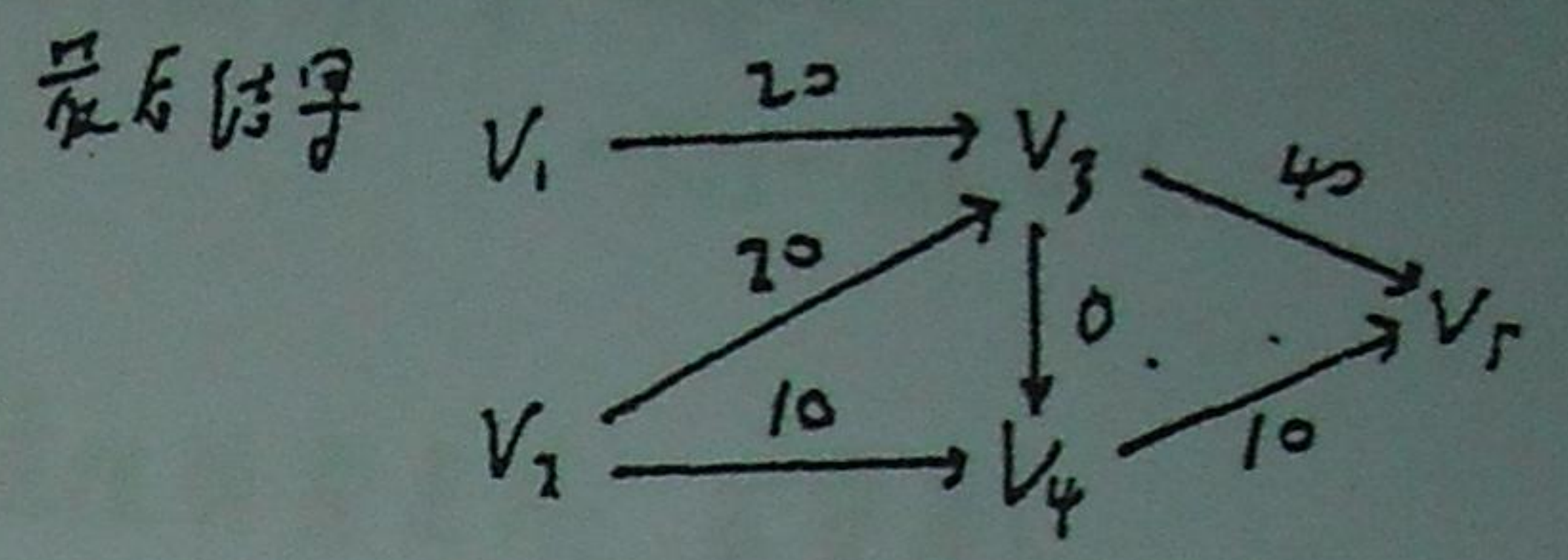
同上调整 $\theta = 20$, 得到新的流量图



调整:



图中没有增广链, 该可行流即为最大流



之

$$1. f_k(S_k) = \max\{P_k(X_k) + f_{k+1}(S_k - X_k)\}$$

$$f_5(S_5) = 0$$

2. $k=1$

$S_2 \backslash X_1$	0	1	2	3	4	5	$f_2(S_2)$	X_1^*
0	0						0	0
1	4	3+0					4	0
2	7	3+4	4+0				7	0, 1
3	9	3+7	4+4	6+0			10	0, 1
4	11	3+9	4+7	6+4	8+0		12	1
5	12	3+11	4+9	6+7	8+4	9	14	1

$k=1$

$S_1 \backslash X_1$	0	1	2	3	4	5	$f_1(S_1)$	X_1^*
5	14	4+12	5+10	6+7	7+4	7+0	16	1

最后给 1 商店 1 箱, 给 2 商店 1 箱
给 3 商店 2 箱, 给 4 商店 7 箱

利润为 16