

考试科目: 数学分析

第 1 页 共 2 页

请写出: 1. 考生须携带的有关用品:

2. 对考生的具体要求:

一. 计算题: (每题 6 分)

(1) 求 $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin x}{\sin a} \right)^{\frac{1}{x-a}}$, (2) 求 $(xe^x)^{(n)}$, (3) 求 $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$,

(4) 求 $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{\cos^2 2x}$, (5) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$,

(6) 求 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ 的收敛区间与和函数,

(7) 求曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = 169$ 在点 $(3, 4, 12)$ 的切平面方程,

(8) 求第二型曲面积分 $\iint_S z dx dy$, 其中 S 是 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, 外法线是正向,

(9) 求 $\text{rot}(\text{grad } f(x, y, z))$, 其中 $f(x, y, z)$ 对所有变量有连续的二阶偏导数 (包括混合导数),

(10) 求心脏线 $r = a(1 + \cos \theta)$ 的全长 $(0 \leq \theta \leq 2\pi)$.

二. 证明题:

(1) 已知二元函数 $f(x, y)$ 连续可微而且 $f(0, 0) \neq 0$, 点 $P(x_0, y_0)$ 是曲线 $f(x, y) = 0$ 上到原点 $O(0, 0)$ 距离最近的点, $(f_x(x_0, y_0), f_y(x_0, y_0)) \neq (0, 0)$, 求证向量 \overline{OP} 与该曲线在点 $P(x_0, y_0)$ 的切线正交. (8 分)

(2) 证明在有界闭区间 $[a, b]$ 上的连续函数 $f(x)$ 必在此区间上

考试科目: 数学分析

考试科目: 数学分析 第 2 页 共 2 页

请写出: 1、考生须携带的有关用品:

2、对考生的具体要求:

一致连续。(12 分)

计算题: (每题 6 分)

(1) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ (2) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$

三. 综合题:

(1) 讨论超越方程 $x + \frac{1}{2} \sin x + 1 = 0$ 实根的个数; 并给出一种逼近实根的算法。(10 分)

(2) 若 $u = f(r, \varphi)$, 试导出经坐标变换 $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ 表达式

$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ 在坐标系 (x, y) 下的形式 (10 分)