

2002 年硕士研究生入学考试试卷

考试科目: 量子力学

第 1 页 共 2 页

请写出: 1、考生须携带的有关用品;
2、对考生的具体要求;

1、(本题 20 分) 一维无限深势阱中, 粒子处于态 $\psi(x) = Ax(a-x)$, A 为常数。

试求: (1) 归一化; (2) 能量的平均值; (3) 测量粒子能量的几率分布;

(4) 计算 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^6}$ 。

2、(本题 5 分) 证明厄米算符的本征值是实数。

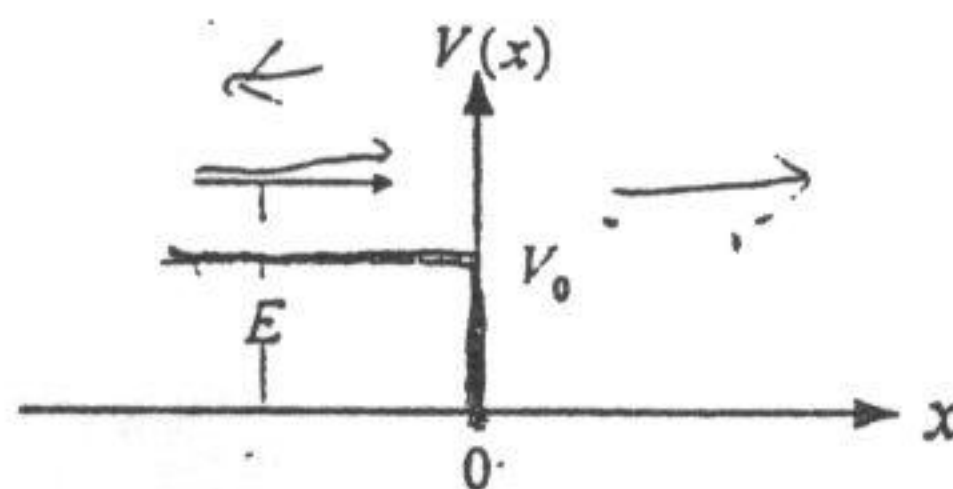
3、(本题 15 分) 试在 $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2\mu} - \frac{e^2}{r}$, \hat{L}^2 , \hat{L}_z 的共同表象中, 写出 \hat{L}_x , \hat{L}_y , \hat{L}_z 的矩阵表示。

(写到 $n=2$)。(提示: 使用公式 $\hat{L}_{\pm} Y_{lm}(\theta, \varphi) = \hbar \sqrt{l(l+1) - m(m \pm 1)} Y_{l, m \pm 1}$)

4、(本题 20 分) 设一维势阶, 势函数为

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x \geq 0 \\ V_0 & x < 0 \end{cases}$$

粒子沿 x 正方向入射, 且 $E > V_0$ 。如图所示。



- (1) 计算反射率和透射率;
(2) 讨论反射态与透射态之间的位相差。

5、(本题 15 分) 自旋为 $\frac{1}{2}$ 的粒子处于态 $\chi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ (在 \hat{s}_z 和 \hat{s}^2 表象中)。

(1) 计算 $(\Delta S_x)^2$ 和 $(\Delta S_y)^2$; (2) 讨论 $(\Delta S_x)^2 \cdot (\Delta S_y)^2$ 。

6、(本题 5 分) 证明 $[\hat{a}, \hat{a}^*] = 1$ 。其中 $\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi + \frac{d}{d\xi})$, $\hat{a}^* = \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi - \frac{d}{d\xi})$ 。

7、(本题 20 分) 在计算氢原子一级 Stark 效应时, 通常选均匀电场方向为 z 轴, 因而微扰项为 $H' = e\mathcal{E}z$, 基态能级不分裂, 而激发态能级发生分裂。

- (1) 若选均匀电场方向为 x 轴, 则 $H' = e\mathcal{E}x$ 。第一激发态分裂情况与 $H' = e\mathcal{E}z$ 情况是否相同?
(2) 通过计算得出 (1) 的具体结果。

(选 $\varphi_1 = \psi_{200}$, $\varphi_2 = \psi_{210}$, $\varphi_3 = \psi_{211}$, $\varphi_4 = \psi_{21-1}$)。

2002 年硕士研究生入学考试试卷

考试科目: 量子力学

第 2 页 共 2 页

请写出: 1、考生须携带的有关用品:

2、对考生的具体要求:

以下公式供参考:

(a) 对于氢原子: $R_{20} = \frac{1}{2\sqrt{2}a^{3/2}}(2 - \frac{r}{a})e^{-r/2a}$; $R_{21} = \frac{1}{2\sqrt{6}a^{3/2}}(\frac{r}{a})e^{-r/2a}$;

$$Y_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}; Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta; Y_{11} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta e^{i\phi}; Y_{1-1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta e^{-i\phi}$$

(b) 直角坐标与球坐标的关系: $x = r\sin\theta\cos\phi = -\sqrt{\frac{2\pi}{3}}r(Y_{11} - Y_{1-1})$

$$y = r\sin\theta\sin\phi = i\sqrt{\frac{2\pi}{3}}r(Y_{11} + Y_{1-1}); Y_{11}^* = -Y_{1-1}, Y_{1-1}^* = -Y_{11}$$

$\psi_{int} = e^{-r/2a} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (Y_{11} - Y_{1-1})$

$$-i\sqrt{\frac{2\pi}{3}}r(-Y_{1-1} - Y_{11})$$

$$x + y$$

$$x = -\sqrt{\frac{2\pi}{3}}r(Y_{11} - Y_{1-1})$$

$$x + y$$

$$y = i\sqrt{\frac{2\pi}{3}}r(Y_{11} + Y_{1-1})$$

$$2i\sqrt{\frac{2\pi}{3}}r$$