

考试科目: 管理运筹学

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分。

一、已知线性规划问题 (35 分)

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\ x_1 + 4x_2 + 7x_3 \leq 9 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

1. 试用单纯形法求最优解;
2. 写出原问题的对偶问题, 并根据对偶理论, 直接求出对偶问题的最优解;
3. 如果增加一个新的变量 x_6 ($x_6 \geq 0$), $P_6 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $c_6 = 7$, 原问题的最优解有何变化;
4. 如果添加一个新的约束 $x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 4$, 原问题的最优解有何变化。

二、有三家企业 A_1 , A_2 和 A_3 生产同一种产品供应三个用户 B_1 , B_2 和 B_3 。 A_1 企业至少要发出 60 个单位的产品, 它最多能生产 110 个单位产品; A_2 企业必须发出 70 个单位产品; A_3 企业至少发出 40 个单位的产品。各用户的需求量分别为 100、40 和 60 个单位。生产企业到用户的单位运价如下表。用表上作业法求该运输问题的最优解。(20 分)

用户 生产企业	B_1	B_2	B_3	生产量
A_1	2	-	3	不小于 60 单位, 同时不大于 110 单位
A_2	1	5	6	70 单位
A_3	3	2	-	不小于 40 单位
需求量	100	40	60	

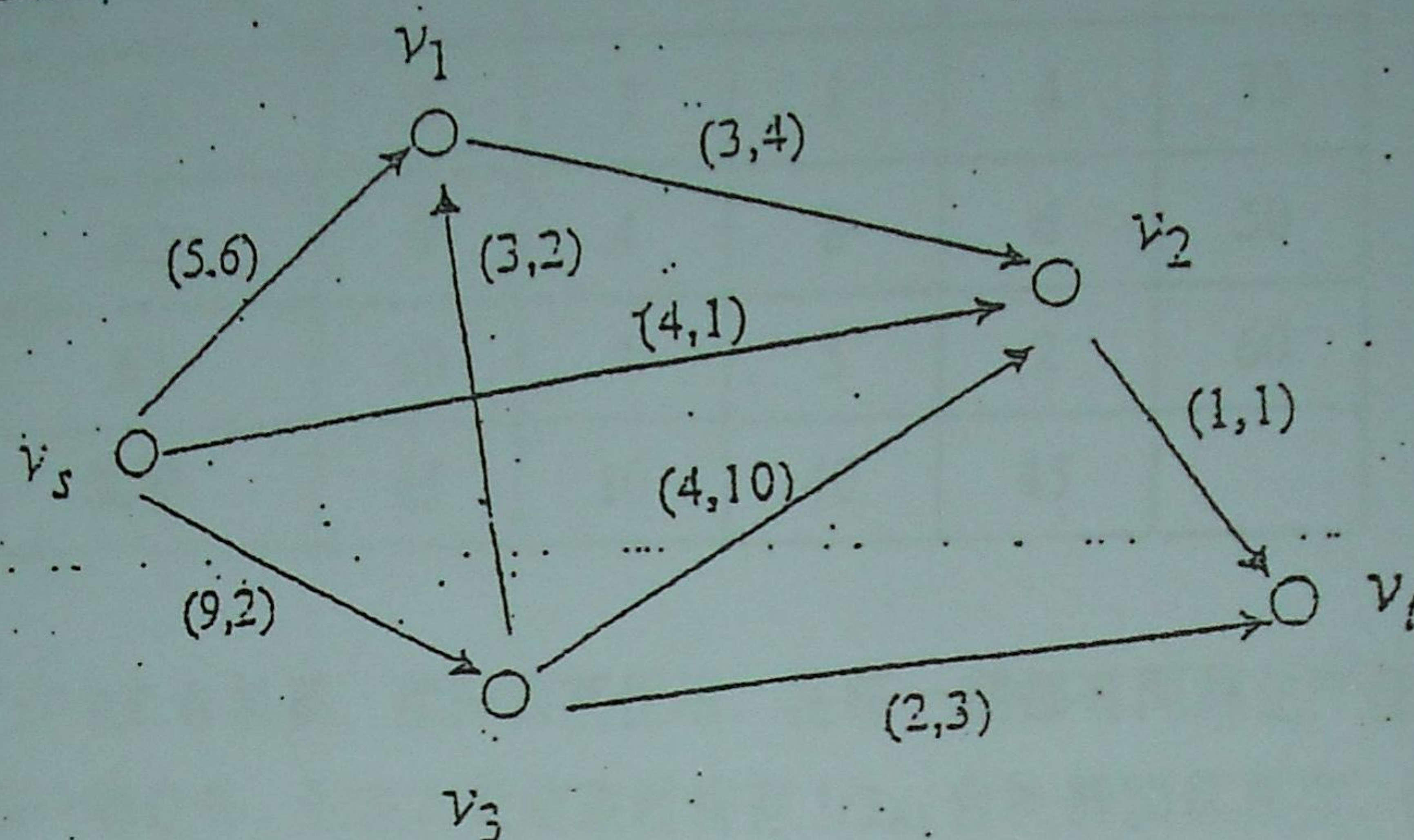
三、甲、乙、丙、丁、戊五家工厂生产 A、B、C、D 和 E 五种产品。已知每条生产线生产各种产品所产生的效益如下表所示, 试确定总效益为最大的指派方案。(20 分):

	A	B	C	D	E
甲	3	8	2	10	3
乙	8	7	2	9	7
丙	6	4	2	7	5
丁	8	4	2	3	5
戊	9	10	6	9	10

图由弧旁数字为 (费用, 容量), (20 分)

考试科目: 运筹学

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分。



五、某市为方便居民就医, 拟在新建的居民小区建设若干所医院。已知各选地址代码及其所能覆盖的居民小区编号如下表。试问, 为覆盖所有小区, 至少应建多少所医院。列出模型, 不用求解。(15 分)

备选建设地址代码	覆盖的居民小区编号
①	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8
②	1, 2, 8, 9
③	5, 6, 11
④	6, 7, 8, 9, 10, 11

六、某汽车检测站有一条检测线, 要求做检测的车辆按普阿松流到达, 平均每小时 6 辆, 每辆车的检测时间服从负指数分布, 平均每辆 10 分钟。用于等待检测的停车泊位有 5 个, 当无停车泊位时, 来检测的车辆自动离去, 到其他检测站检测。试计算:

- 1、某车辆一到达就可进行检测的概率;
- 2、等待检测的平均车数;
- 3、每辆车在检测线上逗留的期望时间;
- 4、在可能到来的车辆中, 有百分之几不等待离开;
- 5、如果车辆因停车泊位全部被占用而离去, 每辆车损失 a 元, 求每小时因车辆离去而造成的损失。(20 分)

七、设某台新设备的年效益及年均维修费、更新净费用如下表。试确定今后 4 年内的更新策略, 使总收益最大 (要求写出状态转移方程和递推公式)。设折扣因子为 1, 单位万元。(20 分)

项目 \ 役龄	0	1	2	3	4	5
效益 $r_k(t)$	5	4.5	4	3.75	3	2.5
维修费 $u_k(t)$	0.5	1	1.5	2	2.5	3
更新净费用 $c_k(t)$	0.5	1.5	2.2	2.5	3	3.5

<20037

C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
2	x_1	1	1	0	-1	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$
3	x_2	2	0	1	2	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\theta - 2j$			0	0	-3	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{1}{3}$

最优解: $x_1=1, x_2=2, x_3=0$

2. $\min Z = 3x_1 + 9x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_1 + 4x_2 \geq 3 \\ x_1 + 7x_2 \geq 9 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

由互补松弛性 $y_5 \cdot x_5 = 0$

$x_1=1, x_2=2 \Rightarrow y_5=0, y_6=0$

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = 2 \\ y_1 + 4y_2 = 3 \end{cases}$$

解得 $y_2 = \frac{1}{3}, y_1 = \frac{5}{3}$

C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
2	x_1	1	1	0	-1	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	[1]
3	x_2	2	0	1	2	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1
			0	0	-3	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{1}{3}$	2
7	x_6	1	1	0	-1	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	7
3	x_2	1	-1	1	3	$-\frac{5}{3}$	$[\frac{2}{3}]$	0
			-2	0	-1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0
Δ	x_6	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1
0	x_5	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{2}$	$-\frac{5}{2}$	1	0
			$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0

最优解为 $x_1=1, x_2=2$

$$B^{-1}P_b = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
2	x_1	1	1	0	-1	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	[1]
3	x_2	2	0	1	2	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0
			0	0	-3	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{1}{3}$	5
7	x_6	1	1	0	-1	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	7
3	x_2	2	0	1	[2]	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0
			-5	0	2	$-\frac{25}{3}$	$\frac{4}{3}$	0
7	x_6	2	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{7}{6}$	$-\frac{1}{6}$	1
1	x_3	1	0	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{6}$	$[\frac{1}{6}]$	0
			-5	-1	0	-8	1	0
7	x_6	3	1	1	1	1	0	1
0	x_5	6	0	3	6	-1	1	0
			-5	-4	-6	-7	0	0

最优解为 $x_6=7$

C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_7
2	x_1	1	1	0	-1	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0
3	x_2	2	0	1	2	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0
0	x_7	4	1	2	1	0	0	1
			1	0	-1	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0

C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	θ
2	x_1	1	1	0	-1	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0
3	x_2	2	0	1	2	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0
0	x_5	-1	0	0	-2	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1
			0	0	-3	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0
			x_1	2	1	0	1	-1
			x_2	1	0	1	0	1
			x_5	3	0	6	-2	-3
			$b_j - z_j$	0	0	-1	-1	-1

最优解为 $x_1=2, x_2=1$

二. A_3 是否生产, 最多需要多少

	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	2	4	3	0	60
A_1'	2	4	3	0	50
A_2	1	5	6	0	70
A_3	3	2	4	0	40
A_3'	3	2	4	0	30

	100	40	60	50
--	-----	----	----	----

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1'	30		10	20

A_1'		50		
--------	--	----	--	--

A_2	70			
-------	----	--	--	--

A_3		10		30
-------	--	----	--	----

A_3'		30		
--------	--	----	--	--

A_1 与 B_1, B_3, B_4

A_2 与 B_1, B_2

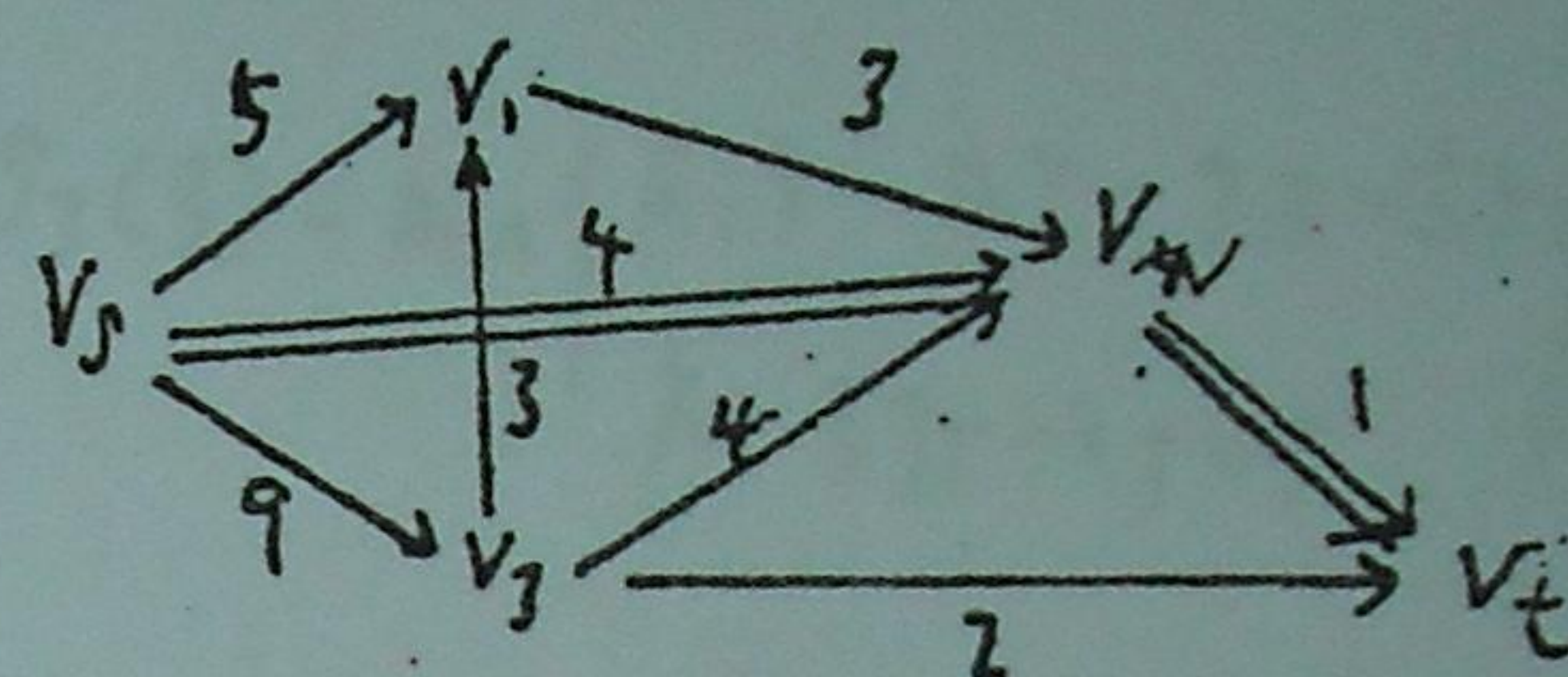
A_3 与 B_1, B_2, B_3, B_4

三. 用 10-1 法求矩阵中的数

	A	B	C	D	E
甲	7	2	8	0	7
乙	2	3	8	1	3
丙	4	6	8	3	5
丁	2	6	8	7	5
戊	1	0	4	1	0

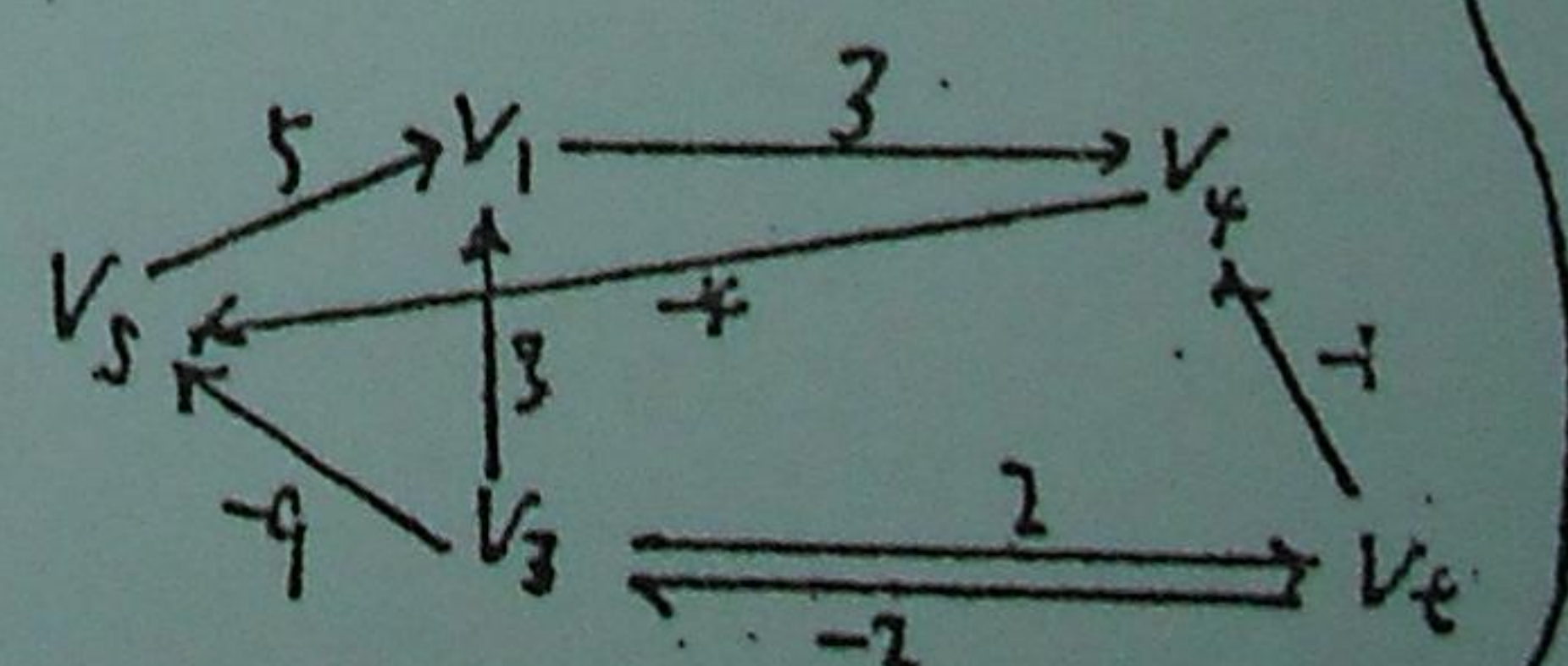
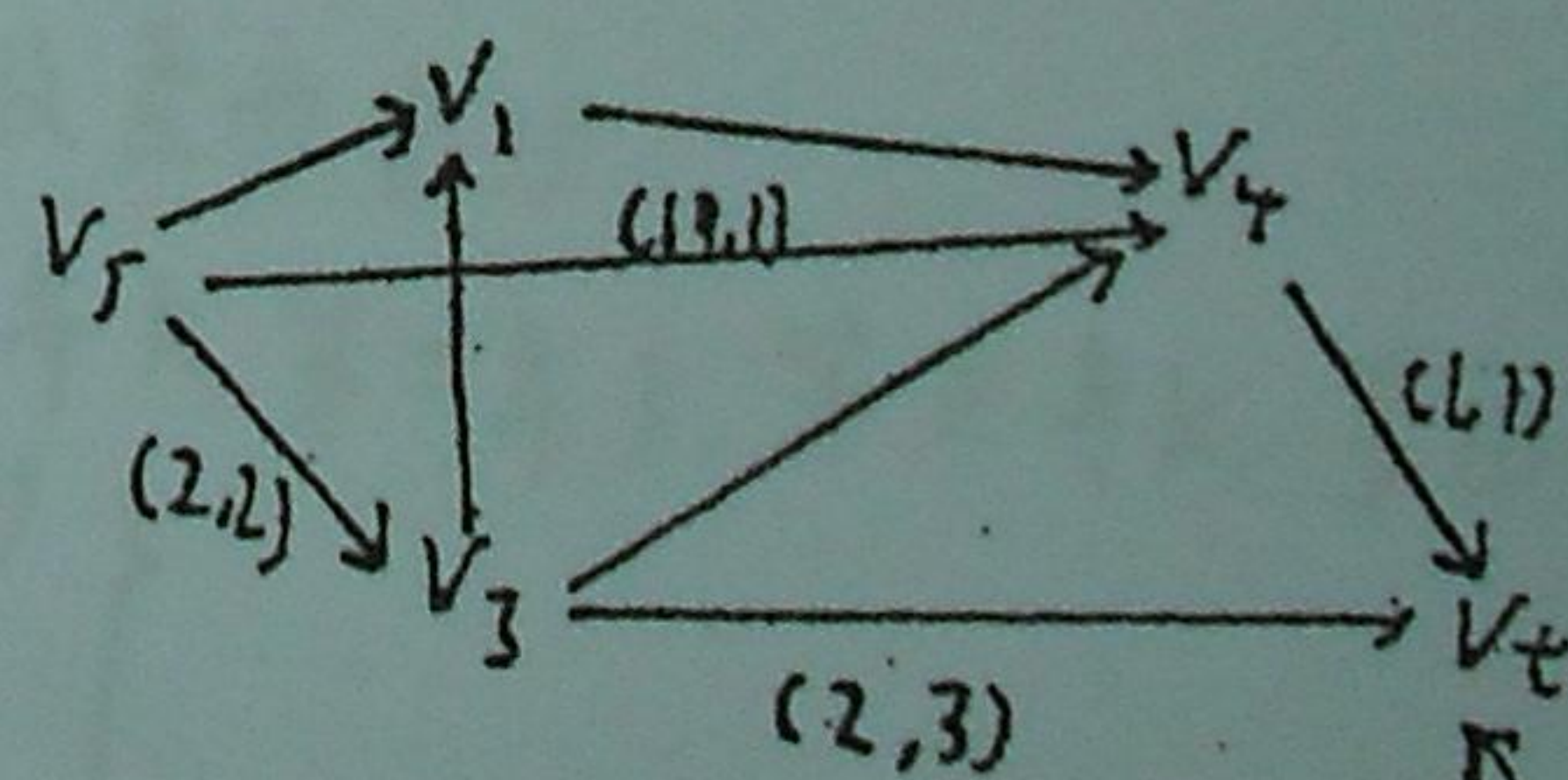
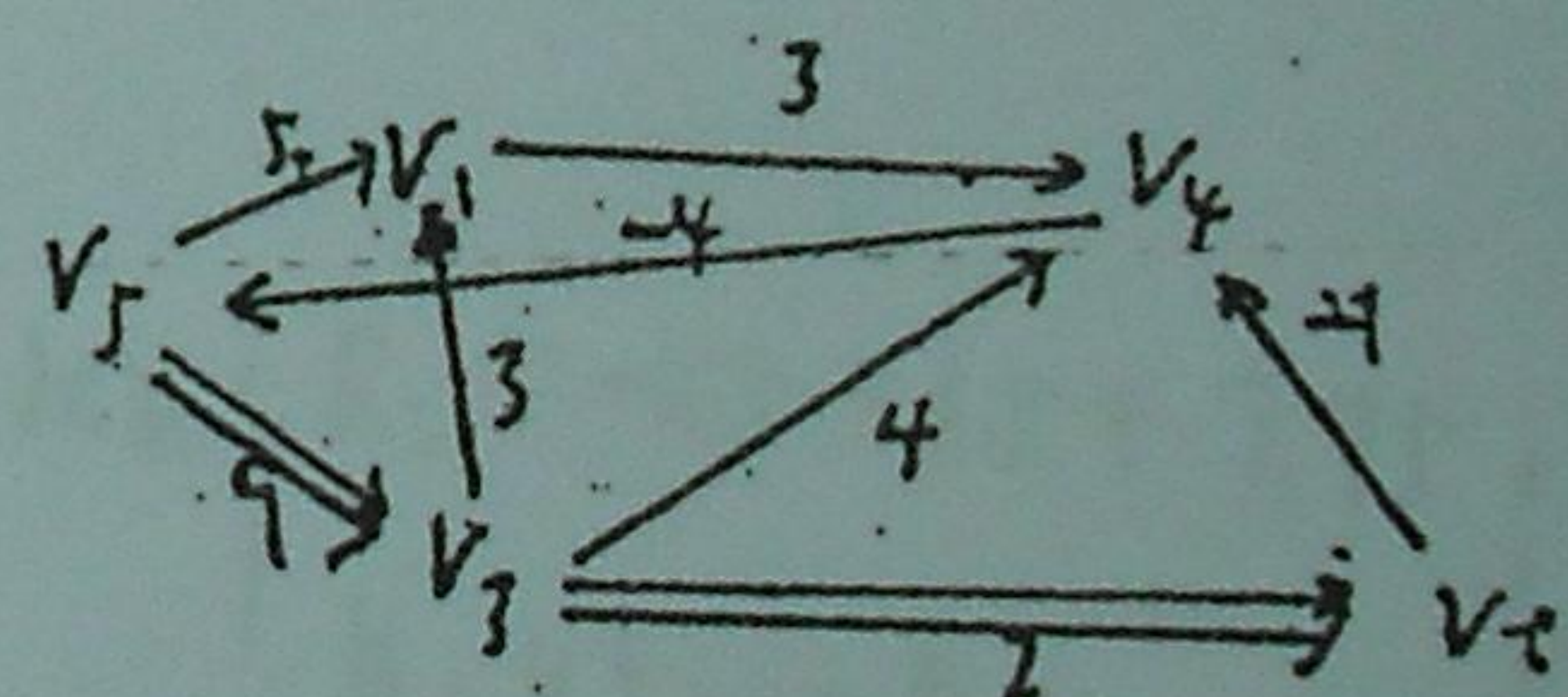
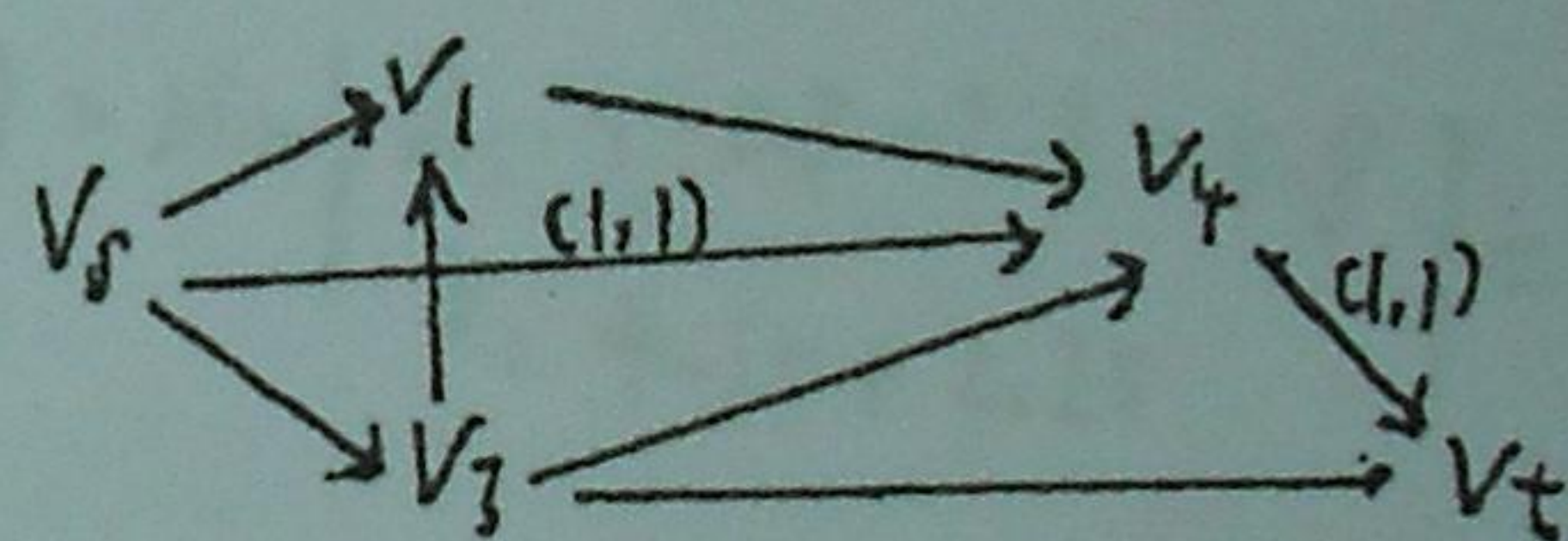
甲-D 乙-B 丙-C 丁-A 戊-E

四. 初始可行流为 构造2次反用流 $w^{(2)}$



最短路 V_s, V_4, V_t 在流量图中对主增广源

调整



流量图中不存在从 V_s 到 V_t 的路, 因此 流量即为最大流

五. 设 $x_i = \begin{cases} 1 & \text{在第 } i \text{ 地址建医院} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$

$$\min Z = \sum_{i=1}^4 x_i$$

$$\begin{array}{ll} x_1 + x_2 \geq 1 & x_1 + x_4 \geq 1 \\ x_1 + x_2 \geq 1 & x_1 + x_2 + x_4 \geq 1 \\ x_1 \geq 1 & x_2 + x_4 \geq 1 \\ x_1 \geq 1 & x_4 \geq 1 \\ x_3 \geq 1 & x_3 + x_4 \geq 1 \\ x_1 + x_3 + x_4 \geq 1 \end{array}$$

∴ $\lambda = 6$ 辆/小时 $u = 6$ 辆/小时 $\rho = 1$

~~AD~~ $p_0 = p_1 = \dots = p_N = \frac{1}{N+1}$

1. $p_0 = \frac{1}{7}$

2. $L_2 = \frac{N(N+1)-1}{2(N+1)} = \frac{5}{2} \lambda$

3. $w_s = \frac{L_s}{\lambda_e} = \frac{1}{2} \times \frac{7}{36} = \frac{7}{12}$ 小时

4. $p_0 = \frac{1}{7}$

5. 损失为: $\frac{6}{7} a$

六. $g_k(t)$ 表示第 k 年役龄为 t 的机器

到第 4 年的最大收益

$$g_k(t) = \min \begin{cases} R: Y_k(0) - U_k(0) - C_k(t) + g_{k+1}(1) \\ k: Y_k(t) - U_k(t) + g_{k+1}(t+1) \end{cases}$$

$$g_5(t) = 0$$

$k=4$ $g_4(1) = \min \begin{cases} R: 5 - 0.5 - 1.5 + 0 \\ k: 4.5 - 1 + 0 \end{cases} = 3.5$

$g_4(2) = \min \begin{cases} R: 5 - 0.5 - 2.2 + 0 \\ k: 4 - 1.5 + 0 \end{cases} = 2.3$

03(3)

$g_4(3) = \min \begin{cases} R: 5 - 0.5 - 2.5 + 0 \\ k: 3.75 - 2 \end{cases} = 1.75$

$g_4(4) = \min \begin{cases} R: 5 - 0.5 - 3 \\ k: 3 - 2.5 \end{cases} = 0.5$

$k=3$

$g_3(1) = \min \begin{cases} R: 5 - 0.5 - 1.5 + 3.5 \\ k: 4.5 - 1 + 2.3 \end{cases} = 5.8$

$g_3(2) = \min \begin{cases} R: 5 - 0.5 - 2.2 + 3.5 \\ k: 4 - 1.5 + 1.75 \end{cases} = 4.25$

$g_3(3) = \min \begin{cases} R: 5 - 0.5 - 2.5 - 3.5 \\ k: 3.75 - 2 + 0.5 \end{cases} = 2.25$

$k=2$

$g_2(1) = \min \begin{cases} R: 5 - 0.5 - 1.5 + 5.8 \\ k: 4.5 - 1 + 4.25 \end{cases} = 7.75$

$g_2(2) = \min \begin{cases} R: 5 - 0.5 - 2.2 + 5.8 \\ k: 4 - 1.5 + 2.25 \end{cases} = 4.75$

$k=1$

$g_1(1) = \min \begin{cases} R: 5 - 0.5 - 1.5 + 7.75 \\ k: 4.5 - 1 + 4.75 \end{cases} = 8.25$

最大收益为 8.25

第一年 k , 第二年 k , 第三年 k , 第四年 R