北京交通大学2005年硕士研究生入学考试试卷

考试科目：401 电磁场与电磁波　　　　共 3 页　第 1 页

注意事项：答案一律写在答题纸上，写在试卷上的不予装订和评分！

一.（20 分）空气中内半径为 a，外半径为 b，介电常数为 $\varepsilon=2\varepsilon_0$ 的介质球壳所围成的球形空腔内（介电常数为 ε_0）充满体电荷密度为 $\rho=\rho_0\dfrac{r^2}{a^2}$ 的电荷，式中 ρ_0 为常数，r 为任意点到球心的距离。

试求（1）各部分空间电场强度的分布；

（2）束缚电荷（极化电荷）分布；

（3）球心点的电位。

二.（15 分）无限长同轴线内导体半径为 a，外导体内半径为 b，内外导体间按等分区域填充两种电导率分别为 σ_1 和 σ_2 的不良导体， 其横截面如图 1 所示。求该同轴线单位长度的漏电导 G。

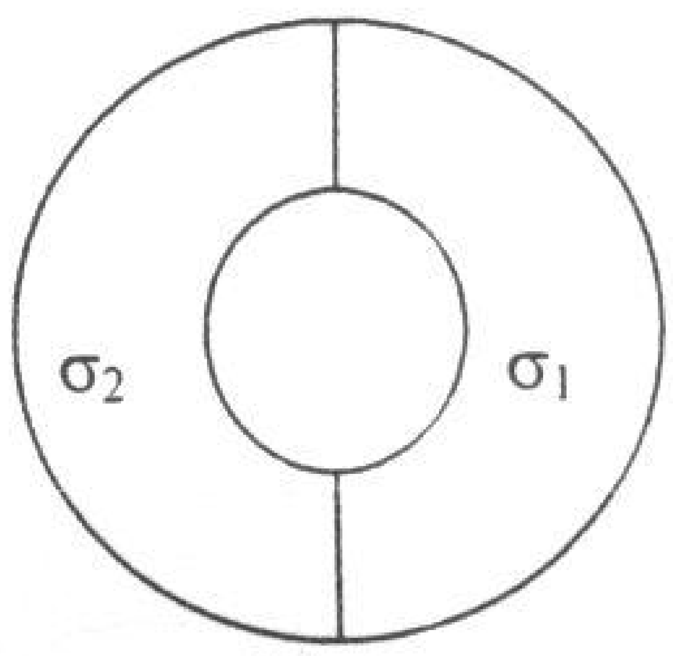


图 1

三. (15 分)两个一匝矩形线圈相互平行，并置于同一平面上，且两线圈最靠近边的距离为 d，若它们的长度各为 $100d$ 和 d，宽度均为 d。略去端部效应，试求它们间的互感。

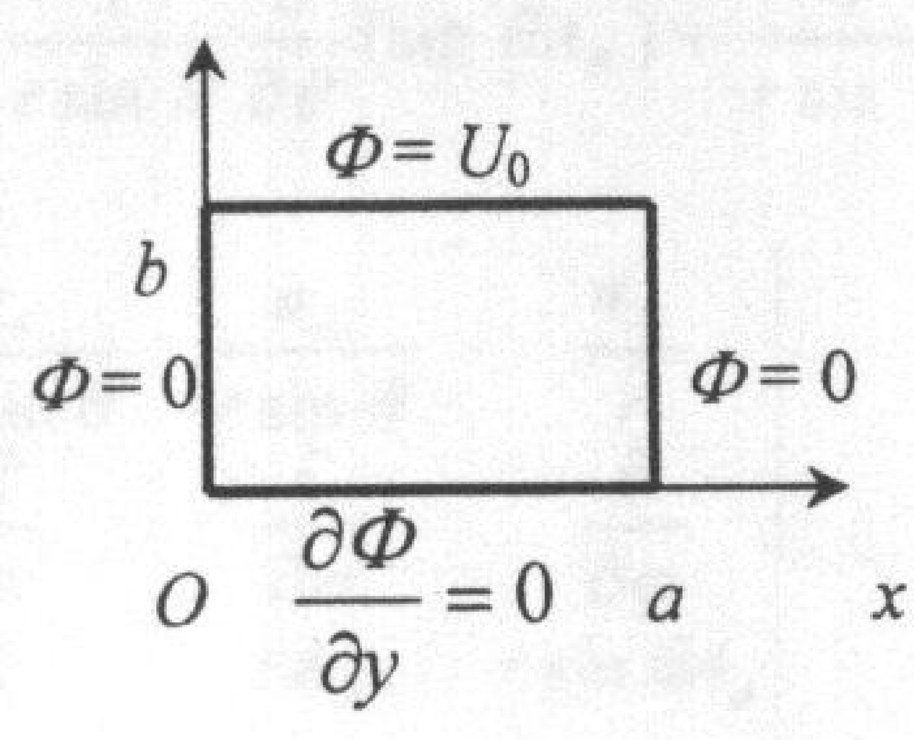
四.（20 分）沿 z 方向无限长的矩形横截面场域，如图 2 所示。域内无空间电荷分布。已知边界条件如下：

① 在 $x=0$ 处，电位 $\Phi=0$；

② 在 $x=a$ 处，电位 $\Phi=0$；

③ 在 $y=b$ 处，电位 $\Phi=U_0$

④ 在 $y=0$ 处，$\dfrac{\partial\Phi}{\partial y}=0$



试求场域内电位分布。

图 2

北京交通大学2005年硕士研究生入学考试试卷

考试科目：401电磁场与电磁波　　　　共3页　第2页

注意事项：答案一律写在答题纸上，写在试卷上的不予装订和评分！

五.（20分）一个半径为R，两极距离为d的圆盘状平行板电容器外加电压$U_m\sin\omega t$，设圆盘的两极间填充的介质电导率为σ，磁导率为μ，电容率为ε。若边缘效应可以忽略，求任意时刻电容器储存的电磁场总能量。

六.（20分）两块无限长平行的金属板相距为a，如图4所示。已知其中传播的电磁波的电、磁场各分量为

$$H_z=(A\cos k_c x+B\sin k_c x)e^{-j\beta z}$$
$$H_x=(C\cos k_c x+D\sin k_c x)e^{-j\beta z}$$
$$E_y=(E\cos k_c x+F\sin k_c x)e^{-j\beta z}$$
$$H_y=E_x=E_z=0$$

式中A、B、C、D、E、F、k_c是待定常数。（1）试利用边界条件和麦克斯韦方程确定A（或B）、C、D、E、F及k_c（其中A、B有一个决定于波源可不确定，作为已知量）；（2）求金属板内表面的电流分布。

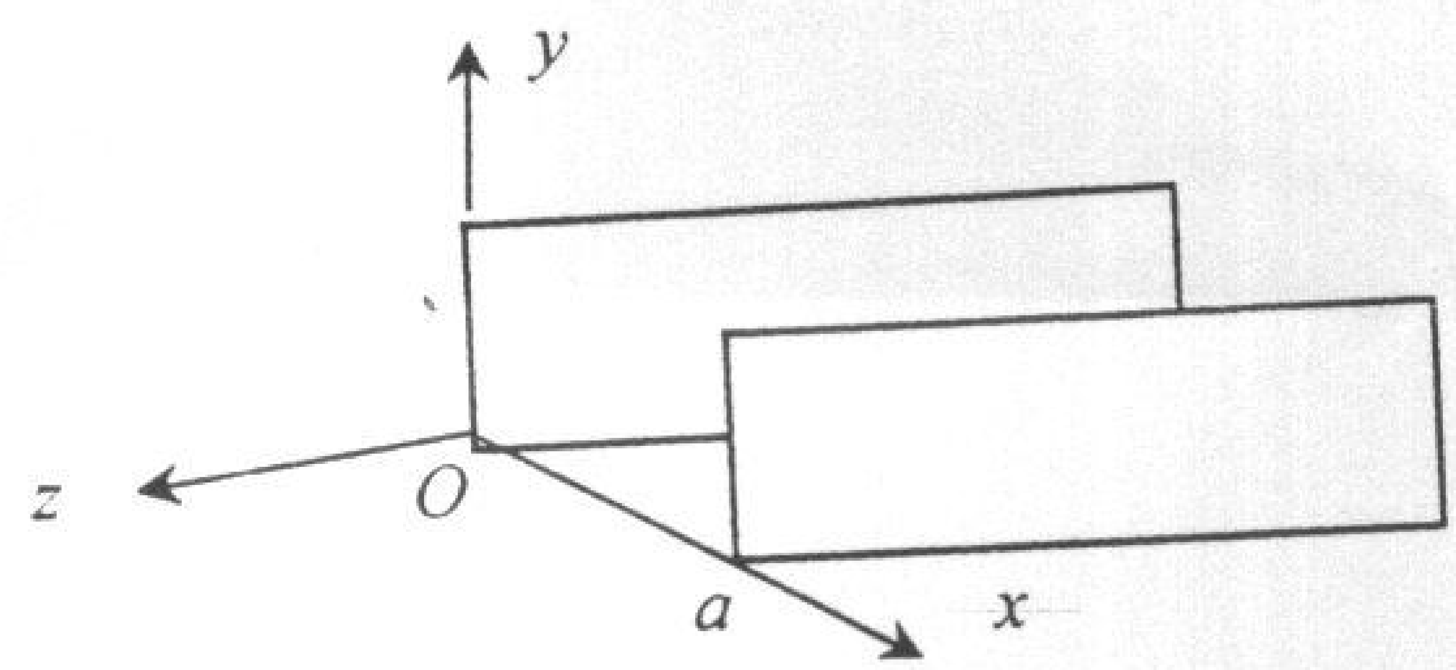


图4

七.（20分）真空中平面电磁波的磁场为

$$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{a}_x 2e^{-j(z+\frac{\pi}{4})}+\boldsymbol{a}_y 2e^{-j(z-\frac{\pi}{4})}\quad \text{A/m}$$

求：（1）电场强度矢量$\boldsymbol{E}$；

（2）玻印廷矢量的平均值；

（3）此波是何种极化波？频率是多少？

八.（20分）一均匀平面波由空气垂直入射到相对介电常数$\varepsilon_r=4$，相对磁导率$\mu_r=1$，电导率$\sigma=0$的介质中，设介质分界面为$z=0$平面，已知透射波电场为$\boldsymbol{E}^t=\boldsymbol{a}_x 2e^{-j2\pi z}$　V/m

求空气中的电场和磁场。

北京交通大学2005年硕士研究生入学考试试卷

考试科目：401电磁场与电磁波

注意事项：答案一律写在答题纸上，写在试卷上的不予装订和评分！

附：

矢量微分表达式

1．直角坐标 $$\nabla\Psi = \boldsymbol{a}_x\frac{\partial\Psi}{\partial x}+\boldsymbol{a}_y\frac{\partial\Psi}{\partial y}+\boldsymbol{a}_z\frac{\partial\Psi}{\partial z}$$

$$\nabla\bullet\boldsymbol{A}=\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{A}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{a}_x & \boldsymbol{a}_y & \boldsymbol{a}_z\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ A_x & A_y & A_z\end{vmatrix}$$

$$\nabla^2\Psi=\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}$$

2．圆柱坐标 $$\nabla\Psi=\boldsymbol{a}_\rho\frac{\partial\Psi}{\partial\rho}+\frac{\boldsymbol{a}_\varphi}{\rho}\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi}+\boldsymbol{a}_z\frac{\partial\Psi}{\partial z}$$

$$\nabla\bullet\boldsymbol{A}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho A_\rho)+\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{A}=\begin{vmatrix}\frac{\boldsymbol{a}_\rho}{\rho} & \boldsymbol{a}_\varphi & \frac{\boldsymbol{a}_z}{\rho}\\ \frac{\partial}{\partial\rho} & \frac{\partial}{\partial\varphi} & \frac{\partial}{\partial z}\\ A_\rho & \rho A_\varphi & A_z\end{vmatrix}$$

$$\nabla^2\Psi=\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\Psi}{\partial\rho}\right)+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}$$

3．球坐标 $$\nabla\Psi=\boldsymbol{a}_r\frac{\partial\Psi}{\partial r}+\frac{\boldsymbol{a}_\theta}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}+\frac{\boldsymbol{a}_\varphi}{r\sin\theta}\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi}$$

$$\nabla\bullet\boldsymbol{A}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2A_r\right)+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta A_\theta)+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{A}=\begin{vmatrix}\frac{\boldsymbol{a}_r}{r^2\sin\theta} & \frac{\boldsymbol{a}_\theta}{r\sin\theta} & \frac{\boldsymbol{a}_\varphi}{r}\\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial\theta} & \frac{\partial}{\partial\varphi}\\ A_r & rA_\theta & r\sin\theta A_\varphi\end{vmatrix}$$

$$\nabla^2\Psi=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\Psi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial A_\theta}{\partial\theta})+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\varphi^2}$$