

北京交通大学 2005 年硕士研究生入学考试试卷

446 量子力学

考试科目: _____

共 / 页 第 / 页

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

1. (本题 15 分) 在自由空间中, 设粒子处于

$$\psi(x) = A \left(\sin^2 x + \frac{1}{2} \cos x \right), \quad -\infty < x < \infty.$$

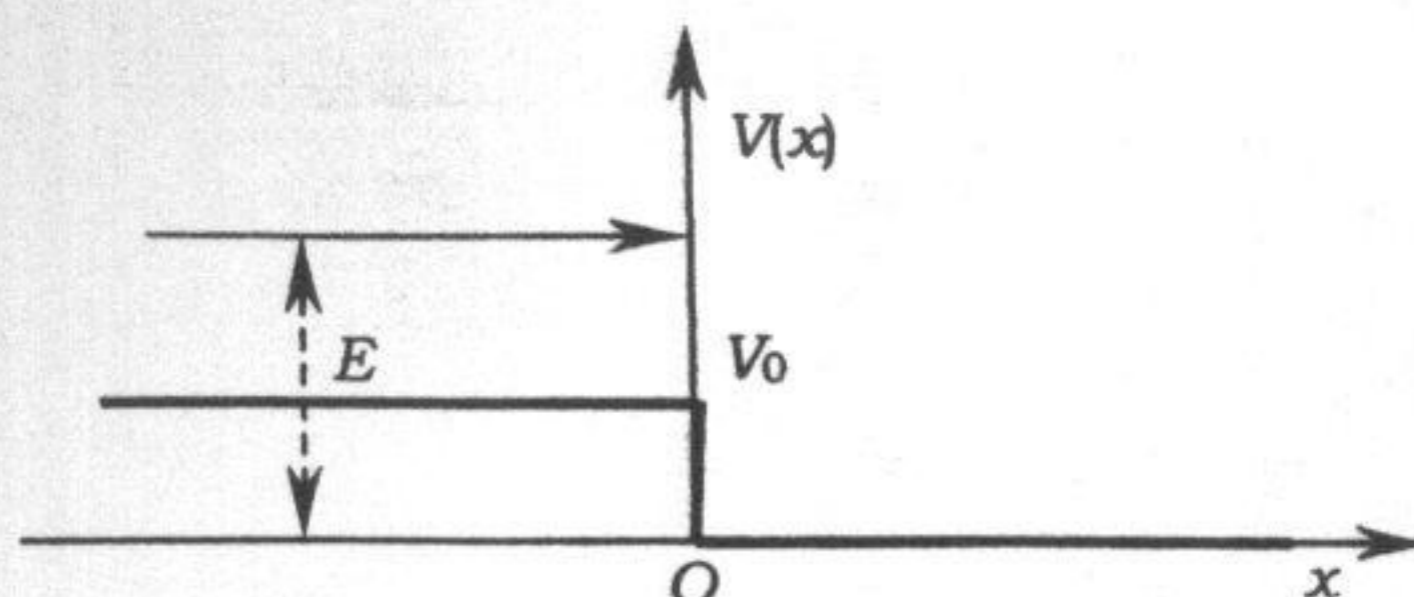
的状态. (1) 写出该态在动量表象中的表达式并将其归一化; (2) 列表表示测得动量 p 和动能 E_k 的可能值、测得这些可能值的几率; (3) 计算动量和动能的平均值.

提示: 在自由空间中动量算符的本征态为 $\psi_p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{ipx/\hbar}$

2. (本题 15 分) 一维下降势阶的势函数可以表为

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & x < 0 \\ 0 & x \geq 0 \end{cases}$$

设质量为 μ 的粒子沿 x 正向入射. (1) 求体系的态函数; (2) 讨论入射部分、反射部分及透射部分之间的相位关系; (3) 计算体系的几率流密度.



第 2 题

3. (本题 15 分) 在一维线性谐振子的能量本征态 $\psi_n(x)$ 中, 计算 $(\Delta x)^2$ 和 $(\Delta p)^2$.

4. (本题 25 分) 设电子处于态 $Y = A \begin{pmatrix} \frac{1}{2} Y_{11} \\ (Y_{11} + Y_{10}) \end{pmatrix}$, 计算平均值 $\overline{L^2}$, $\overline{L_z}$, $\overline{S_z}$, $\overline{J^2}$ 和 $\overline{J_z}$.

5. (本题 15 分) 计算对易子 $\left[\frac{d}{dx}, x^n \right]$ 和 $\left[\frac{d^n}{dx^n}, x \right]$, 其中 n 为非负整数.

6. (本题 20 分) 单电子的轨道角动量 \mathbf{L} 和自旋角动量 \mathbf{S} 相加 $\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{L}} + \hat{\mathbf{S}}$, 在 $l=2$ 的情况下. (1) 确定总角量子数 j 和相应的磁量子数 m_j ; (2) 若 Ω_{j,m_j} 是耦合表象的本征态, 用无耦合表象表出态 $\Omega_{5/2, 5/2}$; (3) 求出 $\Omega_{3/2, 3/2}$ 和 $\Psi_{5/2, 3/2}$.

7. (本题 20 分) 设两电子体系(自旋量子数都是 $1/2$), $t < 0$ 时体系处于 $\chi(0) = \chi_+(1)\chi_-(2)$ 的状态. 从 $t > 0$ 开始加上相互作用哈密顿 $\hat{H} = A(\hat{\mathbf{S}}_1 \cdot \hat{\mathbf{S}}_2)$. 试求 $t > 0$ 的任意时刻, 体系处于态 $\chi = \chi_-(1)\chi_+(2)$ 的概率.

8. (本题 25 分) 在一维线性谐振子中, 降算符为 $\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\xi + \frac{d}{d\xi} \right)$, $\xi = \alpha x$, $\alpha = \sqrt{\frac{\mu\omega}{\hbar}}$,

\hat{a} 的本征方程为 $\hat{a}\psi_z(\xi) = z\psi_z(\xi)$, 其中 z 为确定的复数. (1) 求 \hat{a} 的归一化的本征态 $\psi_z(\xi)$; (2) 计算在此态中能量的平均值; (3) 计算在此态中测得 E_n 的几率.