

北京交通大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

共 2 页 第 1 页

考试科目: 446 量子力学

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

一. 完成下列填空题 (每空 3 分, 共 60 分) (在答题纸上写明题号及空格号, 如 1 (1)):

1. $\hbar =$ _____。

2. $ax + \hat{p}_x$ (a 为实数) _____ (填: 是/不是) 厄密算符。

3. 氢原子处于 $R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \varphi)$, 写出在下列区间测得电子的概率。

$(r, r+dr)$: _____ (1); $(\theta, \theta+d\theta)$: _____ (2)

$(\varphi, \varphi+d\varphi)$: _____ (3)

4. 描写全同粒子系统的态函数具有一定对称性, 这种对称性与时间 _____ (1) (填: 有/无) 关。一个量子点中的单电子能级有两个本征值 ε_1 和 ε_2 , 并且都是非简并的。其中 $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$, 它们相应的单电子空间波函数分别为 $f(\vec{r})$ 和 $g(\vec{r})$ 。若该量子点中有两个电子时 (假定电子间无相互作用), 该系统的总自旋角动量为 _____ (2), 符合要求的自旋态 (波) 函数为 _____ (3)

基态态 (波) 函数为 _____ (4), 基态能级简并度为 _____ (5); 第一激发态的态 (波) 函数为 _____ (6), 第一激发态能级简并度为 _____ (7)。

5. 设初始时刻 ($t=0$) 氢原子处于状态 $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_{210} \\ \sqrt{2}\psi_{311} \end{pmatrix}$, 这里 ψ_{nlm} 为不计自旋的氢原子的归一化能量本征函数, 已知基态能量为 E_1 。该氢原子 _____ (1) (填: 是/不是) 处于定态。初始时刻 ($t=0$)

和 t 时刻归一化的态函数分别为 _____ (2)

和 _____ (3); E 的可能值为 _____ (4),

相应的概率为 _____ (5); L 的可能值为 _____ (6), 相应的

概率为 _____ (7); $M_z = -\frac{e}{2\mu} L_z - \frac{e}{\mu} S_z$ 的平均值 _____ (8)。

北京交通大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

共 2 页 第 2 页

考试科目: 446 量子力学

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

二. 完成下列计算题 (每题 15 分, 共 90 分) (在答题纸上写明题号)

1. 质量为 m 的粒子在一维势阱

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x \leq 0 \\ 0 & 0 < x < a \\ V_0 & x \geq a \end{cases}$$

中运动, 求束缚态 ($0 < E < V_0$) 的能级所满足的方程。

2. 在自由空间中, 设粒子处于

$$\psi(x) = A \left(\sin^2 x + \frac{1}{2} \cos x \right), \quad -\infty < x < \infty.$$

的状态。(1) 写出该态在动表象中的表达式并将其归一化; (2) 列表表示测得动量 p 和动能 E_k 的可能值、测得这些可能值的概率; (3) 计算动量和动能的平均值。

(提示: 在自由空间中动量算符的本征态为 $\psi_p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{ipx/\hbar}$)

3. 设一体系未受微扰作用时的某个能级 $E_n^{(0)}$ 是 2 重简并的。现在受到微扰 \hat{H}' 的作用, 微扰矩阵为

$$H' = \begin{pmatrix} b & a \\ a & b \end{pmatrix},$$

其中 a 和 b 为实数。求能量一级修正值及其相应的零级态函数。

4. 质量为 M , 电荷为 q 的一维谐振子 (势能为 $\frac{1}{2} M \omega^2 x^2$) 处于基态 $|0\rangle$, $t=0$ 时加上恒定的均匀电场

$$(\text{提示: } x|m\rangle = \frac{1}{\alpha\sqrt{2}} (\sqrt{m}|m-1\rangle + \sqrt{m+1}|m+1\rangle), \alpha = \sqrt{M\omega/\hbar})$$

5. 在态 Y_{lm} 中计算不确定度 ΔL_x 。

6. (a) 写出描写弹性散射问题的完整态 (波) 函数的渐进形式 ($r \rightarrow \infty$);
(b) 求出径向散射流密度;
(c) 导出微分截面与散射振幅的关系。