1999年北京航空航天大学信号与系统考研试题

一、(本题10分)

根据下列系统的冲激响应，判断哪些是同时满足因果，稳定，线性，时不变条件的系统。为什么？

1) $h(n)=4\delta(n-1)$； 2) $h(n)=2u(n-1)+5u(n+2)$；

3) $h(t)=\delta(t)+u(t-2)$； 4) $h(t)=\sin t\cdot u(t)$；

5) $h(n)=\cos\frac{n\pi}{4}$，当 $-1<n<10$ 时，

$h(n)=0$，当 n 为其它值时。

6) $h(t)=2e^{-2t}\sin\left[3t+\frac{\pi}{2}\right]\cdot u(t)$；

7) $h(t)=\sum\limits_{k=0}^{\infty}\delta(t-k)$。

二、(本题15分)

一线性系统对 $\delta(t-\tau)$ 的响应为

$$h_\tau(t)=u(t-\tau)-u(t-2\tau)$$

a)问该系统是时不变的吗？因果的吗？稳定的吗？为什么？

b)求该系统对于输入

$$x(t)=e^{-t}[u(t)-u(t-3)]$$

的零状态响应。

三、(本题共 12 分，第 1,2 两题各 3 分，第 3 题 6 分)

1. 计算 $y(t)=\int_{t}^{t+a}x(\lambda)d\lambda$ 的拉普拉斯变换，其中 a 为常数，并假设 $x(t)$ 的拉普拉斯变换为 $X(s)$。

2. 计算序列 $x(n)=(-1)^n[u(n)-u(n-8)]$ 与 $h(n)=u(n)-u(n-8)$ 的卷积。

3. 已知序列 $x(n)$ 的 Z 变换为 $X(z)$，

求 a) 序列 $y_1(n)=x(\frac{n}{2})$ 的 Z 变换。

b) 序列 $y_2(n)=\sum_{k=0}^{n}x(k)$ 的 Z 变换。

四、(本题 15 分)

已知信号 $f(t)$ 和 $g(t)$ 的傅里叶变换为

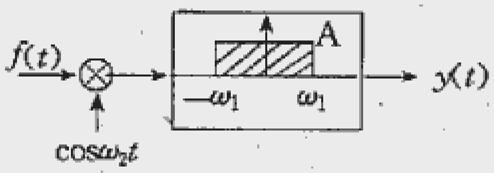
$$G(j\omega)=\begin{cases}\cos\omega & |\omega|<\frac{\pi}{2}\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

$F(j\omega)=G(j\omega-j\omega_0)+G(j\omega+j\omega_0)$

a) 求出 $g(t)$，$f(t)$ 的闭式表达式。

b) 对 $g(t)$ 进行时域抽样，抽样频率为多少时，才可能无失真恢复之。

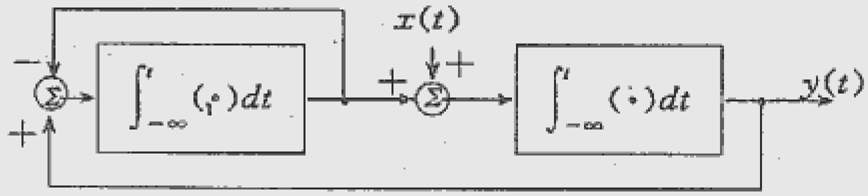
c) 在题四图所示的解调过程中，试求出 A,ω_1,ω_2，使得 $y(t)=g(t)$。



题四图

五、(本题 10 分)

如题五图所示系统，



题五图

a)求系统冲激响应，

b)求系统频率响应，

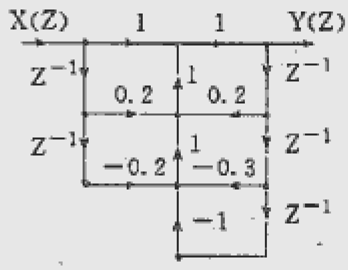
c)说明系统是否稳定，

d)粗略绘出系统的幅频特性曲线，并加以标注。

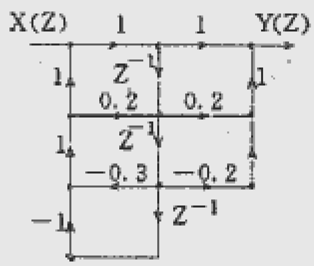
六、(本题 12 分，每小题各 6 分)

1. 系统 $y(n+2)+a_1y(n+1)+a_2y(n)=0$ 稳定的条件是当 $n\to\infty$ 时，$y(n)\to 0$。则以 a_1 的取值为 x 轴，a_2 的取值为 y 轴。找到并画出系统稳定时 a_1，a_2 的取值区域。

2. 题六、2a)图与题六、2b)图所示系统，对输入-输出关系而言是否等效？为什么？



题六、2a)图



题六、2b)图

七、(本题 15 分)

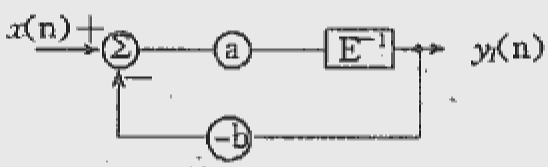
考虑如题七图所示离散系统，其中 a，b 为常数，E^{-1}表示单位延时。

a)求系统的单位样值响应。

b)求系统的频率响应。

c)假设 $a=1, b=0.5$，粗略绘出系统幅频响应及相频响应曲线，并加以标注。

d)若已知另一系统的输出 $y_2(n)=\sum_{k=0}^{\infty}x(n-k)e^{-\alpha k}$，其中 α 为常数，问能否找到合适的 a 和 b 的取值，使得对于所有的 n，存在 $y_1(n)=y_2(n)$，为什么？



第七图

八、(本题 11 分，第 1 小题 5 分，第 2 小题 6 分)

1. 对于一个非因果时间信号 $f(t)$，证明：

当 $t>0$ 时，

$$\mathscr{L}\left[\int_{-\infty}^{t}f(\tau)d\tau\right]=\frac{1}{s}F(s)+\frac{1}{s}\int_{-\infty}^{0^-}f(\tau)d\tau。$$

其中 $\mathscr{L}$ 表示求拉普拉斯变换。

2. 证明

$$\frac{1}{\pi t}*\frac{1}{\pi t}=-\delta(t)。$$

其中 * 表示卷积运算。