

北京航空航天大学
二〇〇三年硕士试题 题单号: 841
概率与数理统计 (共4页)

考生注意: 所有答题务必书写在考场提供的答题纸上, 写在本试题单上的一律无效(本题单不参与阅卷)。数表列在题单的最后部分。直接选用, 不必插值。

一、(本题 10 分, 每小题 5 分)

某产品大批量生产, 已知其不合格率为 0.015。现从一批该产品中随机地、放回地抽取 10 个。

- 试求: 1、其中至少有一个不合格品的概率;
2、其中至多有一个不合格品的概率。

二、(本题 10 分, 每小题 5 分)

某产品每批生产 10 件, 产品分为正品与次品。每批都要经质量抽检 3 件以决定整批接收、拒收和追加抽检。合同规定: 若抽检 3 件全是正品, 则整批接收; 若抽检 3 件中有多于 1 件是次品, 则整批拒收。假定某批中有 3 件次品, 试求:

1. 该批整批接收的概率;
2. 该批整批拒收的概率。

三、(本题 15 分, 每小题 5 分)

某随机变量 ξ 的数学期望 $E \xi = 15$, 试按下列所给定条件求各自的 $P(\xi > 15)$:

1. ξ 服从指数分布;
2. ξ 服从正态分布;

3. ξ 服从形状参数 $\beta = 2$ 的威布尔分布, 且已知当 $\beta = 2$ 时,

$$\Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) = 0.8862 .$$

四、(本题 10 分)

三门火炮同时炮击一敌舰, 每炮发射一弹。在发射的三个炮弹中, 击中敌舰一、二、三发的概率分别为 0.3、0.5、0.15, 而敌舰中弹一、二、三发时被击沉的概率分别为 0.2, 0.7, 1.0, 求敌舰被击沉的概率。

五、(本题 10 分)

随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布, 取值域为 $[0, \infty)$ 。试求 $Y = e^X$ 的概率密度。

六、(本题 10 分)

随机变量 X 服从正态分布 $N(6, 10^2)$, 随机变量 Y 服从正态分布 $N(8, 8^2)$, X 与 Y 相互独立。试求 $Z = X - Y$ 的分布。

七、(本题 15 分, 每小题 5 分)

随机变量 X 和 Y 的联合分布律如表所示:

$X \backslash Y$	-1	0	1
-1	0.125	0.125	0.125
0	0.125	0	0.125
1	0.125	0.125	0.125

1. 求 X 、 Y 的边沿分布律;
2. 求 $\text{Cov}(X, Y)$;
3. 判定 X 、 Y 相关性与独立性。

八、(本题 10 分)

某种零件的单个重量在 (4.8g, 5.2g) 间均匀分布, 试求 1000 个该种零件的总重在 (4995g, 5005g) 范围内的概率。

九、(本题 10 分)

已知总体 ξ 的分布密度为:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-t/\theta} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

其中参数 $\theta > 0$ 。现从总体中取得样本容量为 n 的简单随机样本 t_1, t_2, \dots, t_n 。试推求参数 θ 的极大似然估计量。

十、(本题 20 分, 每小题 10 分)

某装罐机的装罐量为随机变量, 现从生产现场获得容量为 5 的样本观察值: 500.1g, 499.8g, 499.7g, 500.2g, 500.2g。试求:

1. 样本均值;
2. 样本方差。

十一、(本题 20 分, 每小题 10 分)

某自动车床生产的零件, 其长度 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 。现抽查 10 个零件, 测得样本均值为 12.05mm, 样本方差为 0.0025mm^2 。试求:

1. μ 的置信度为 0.8 的置信区间;
2. σ^2 的置信度为 0.9 的置信区间。

十二、(本题 10 分, 每小题 5 分)

某种滚珠的直径服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 。现从某日生产的一批滚珠中随机抽取 10 只, 测得样本均值为 14.95mm, 样本方差为 0.06mm^2 。试求:

1. μ 的置信度为 0.95 的单侧置信下限;
2. σ^2 的置信度为 0.9 的单侧置信上限。

附表一 标准正态分布表

$$\Phi(z) = P(\xi < z)$$

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9278	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9430	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9648	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9700	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9762	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9874	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

附表二 t分布表 $t_{\alpha}(n)$

$$P[t(n) \leq t_{\alpha}(n)] = \alpha$$

n	$\alpha = 0.95$	$\alpha = 0.9$
9	1.8331	1.3830
10	1.8125	1.3722

附表三 χ^2 分布表 $\chi_{\alpha}^2(n)$

$$P[\chi^2(n) \leq \chi_{\alpha}^2(n)] = \alpha$$

n	$\alpha = 0.95$	$\alpha = 0.90$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.05$
9	16.919	14.684	4.168	3.325
10	18.307	15.987	4.865	3.940