有答案 5.20 三考 已录入

北京航空航天大学

二〇〇四年硕士试题　题单号：424

信息类专业综合　（共 5 页）

考生注意：所有答题务必书写在考场提供的答题纸上，写在本试题单上的答题一律无效（本题单不参与阅卷）。

信号与系统部分（共三大题，总 45 分）

一、计算题（本题共 23 分，其中第 1, 2 两小题每题 7 分，第 3 小题 9 分）

1. 已知一 LTI 系统的微分方程为：

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}+6\frac{dy(t)}{dt}+9y(t)=\frac{d^2x(t)}{dt^2}+3\frac{dx(t)}{dt}+2x(t)$$

求描述该系统的逆系统的微分方程，并求该系统的单位冲激响应 $h(t)$ 及其逆系统的单位冲激响应 $h^{\prime}(t)$。

2. 已知一 LTI 系统的输入输出关系为：

$$y(t)=\int_{-\infty}^{t}e^{-(t-\tau)}x(\tau-2)d\tau$$

(a) 求该系统的单位冲激响应；

(b) 求激励信号为 $u(t+1)-u(t-2)$ 时系统的零状态响应。

3. 有一离散时间系统，输入为 $x(n)$，输出为 $y(n)$。其傅里叶变换的关系为：

$$Y(e^{j\omega})=2X(e^{j\omega})+e^{-j\omega}X(e^{j\omega})-\frac{dX(e^{j\omega})}{d\omega}$$

问：(a) 该系统是否是线性系统？为什么？

(b) 该系统是否是时不变系统？为什么？

(c) 若 $x(n)=\delta(n)$，则 $y(n)$ 是什么？

二．证明题（本题 10 分）

用于 PAM 通信某一信道的单位冲激响应为：

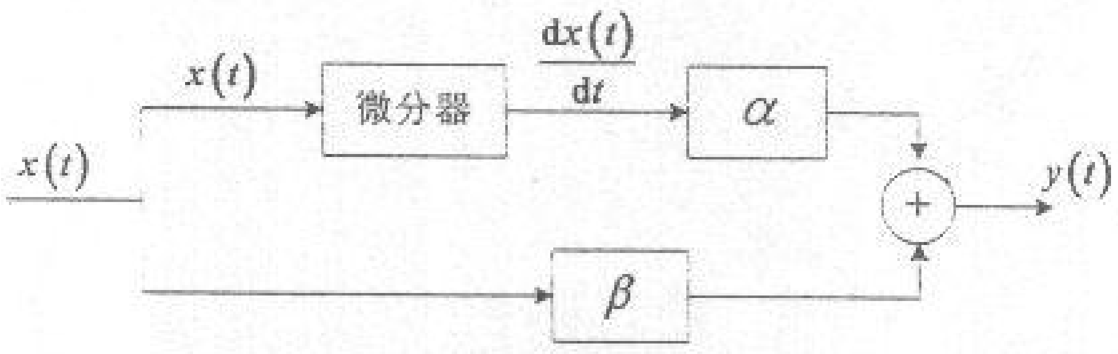
$$h(t)=10000e^{-1000t}u(t)$$

假设该信道的相位特性在通带内近似为线性。通过该信道接收到脉冲后，用一单位冲激响应为 $g(t)$ 的 LTI 系统 S 来处理，以补偿信道带宽内的不均匀增益。

（a）证明：若 $g(t)$ 的傅里叶变换为 $G(j\omega)=A+jB\omega$，其中 A 和 B 均为实数，则 $g(t)$ 能够补偿在该信道通带内的不均匀增益。确定 A 和 B 的取值。

（b）现用如题二图所示系统来实现 S，确定该系统中的增益因子 α 和 β 的值。

04841X



题二图

三．计算题（本题 12 分）

多路复用系统是将频率相同，但相位差 90° 的两个载波信号分别由两个信号调制之后，再将两者相加。题三（a）和（b）图所示分别为多路复用器和解复用器。假设信号 $x_1[n]$ 和 $x_2[n]$ 都是带限于 ω_M 的，即：

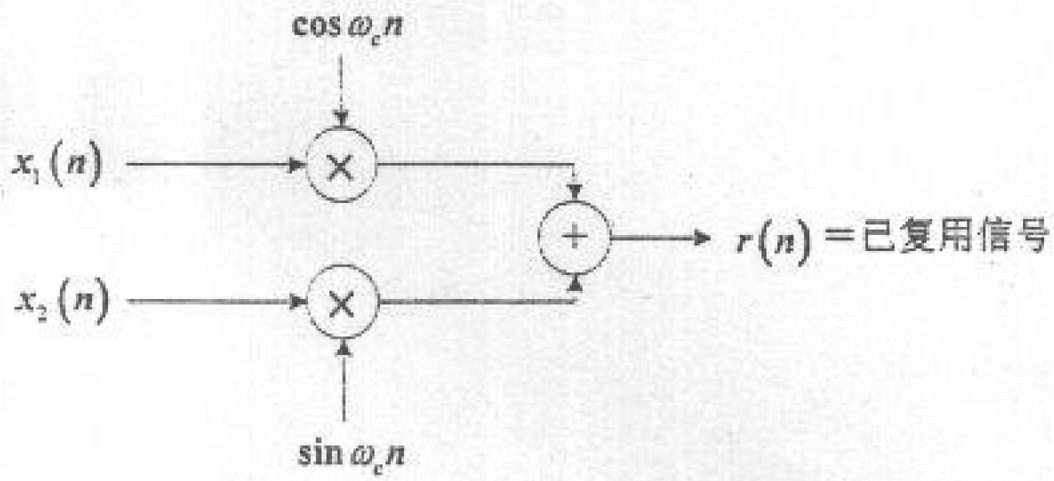
$$X_1(e^{j\omega})=X_2(e^{j\omega})=0,\ \omega_M<\omega<2\pi-\omega_M$$

（a）确定 ω_c 的取值范围，使得 $x_1[n]$ 和 $x_2[n]$ 能够从 $r[n]$ 中恢复出来；

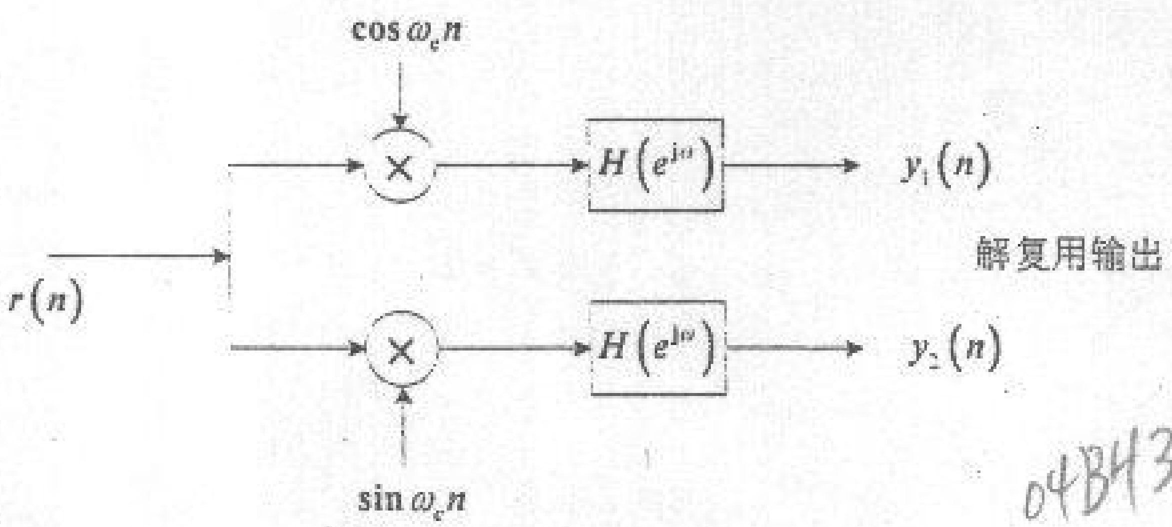
（b）如果 ω_c 满足（a）中的条件，确定 $H(e^{j\omega})$，使得有：

$$y_1[n]=x_1[n] \text{ 和 } y_2[n]=x_2[n]。$$

04B42X



题三（a）图



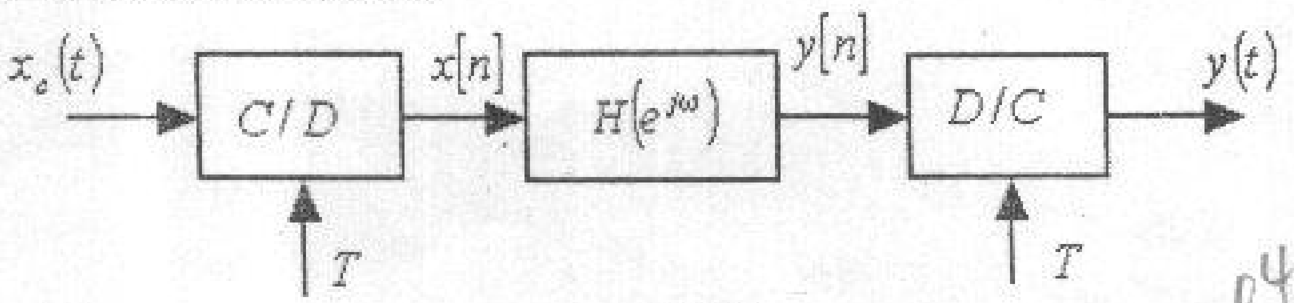
04B43X

题三（b）图

数字信号处理部分（共一大题，总 15 分）

四．计算题（本题 15 分，第 1 小题 8 分，第 2 小题 7 分）

1、某系统如题四图所示：



04B44X

其中

题四图

$$T = 0.1,\quad H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 & 0 \le |\omega| \le 0.4\pi \\ 0 & 0.4\pi < |\omega| \le \pi \end{cases},$$

当输入$x_c(t)=2\cos(18\pi t)$时，求系统输出$y(t)$。

2、一信号为$x_c(t)=A\cos(\Omega_0 t)$，A和Ω_0未知（$\Omega_0<\pi$）。对其以$T=1s$的时间间隔离散化，获得 32 点离散序列 $x[n]=x_c(nT)$，$0\le n\le 31$。对其做 FFT 分析的结果为：

$$X[k]=\begin{cases}1 & k=3,\ 29\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

试确定A和Ω_0。

随机过程部分（共三大题，总 45 分）

五. 简答题（本题共 15 分，每小题 5 分）

1、请叙述平稳随机过程均值各态历经性（遍历性）的定义

2、请写出福克一普朗克方程式

3、请叙述泊松过程的定义

六. 证明题（本题 15 分，第 1 小题 10 分，第 2 小题 5 分）

若有随机变量序列$\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n,\cdots$，且$\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n,\cdots$，为相互统计独立的随机变量，$\xi_n$的概率密度为：$f_{\xi_n}(x_n)=f_n(x_n)$ ，$E\{\xi_n\}=0,n=1.2,\cdots$。现定义另一随机变量序列$\{\eta_n\}$如下：

$$\eta_1=\xi_1$$
$$\eta_2=\xi_1+\xi_2$$
$$\eta_3=\xi_1+\xi_2+\xi_3$$
$$\cdots\cdots$$
$$\eta_n=\xi_1+\xi_2+\cdots+\xi_n$$
$$\cdots\cdots$$

试证明：（1）序列$\eta_1,\eta_2,\cdots\eta_n,\cdots$具有马尔可夫性；

（2）$E\{\eta_n \mid \eta_1 = y_1, \eta_2 = y_2, \cdots, \eta_{n-1} = y_{n-1}\} = E\{\eta_n \mid \eta_{n-1} = y_{n-1}\} = y_{n-1}$

七. 证明题（本题 15 分）

设随机过程 $X(t)=\sum_{i=1}^{n}(U_i\cos\omega_i t+V_i\sin\omega_i t)$，其中 $\omega_i>0$ 为常数，$U_i,V_i,i=1,2,\cdots,n$ 为两两互不相关且均值为零，方差为 σ^2 的实随机变量，证明 $X(t)$ 为平稳随机过程。

数学物理方法部分（共三大题，总 45 分）

八. 简答题（本题共 15 分，每小题 5 分）

1、请叙述数学物理方程中的三类边界条件。

2、请写出勒让德多项式的微分表达式。

3、请写出第一格林公式。

九. 求解定解问题（本题 15 分）

求解定解问题 $\begin{cases} u_{tt}=a^2u_{xx}, & 0<x<\pi, \quad t>0 \\ u(0,t)=u(\pi,t)=0 \\ u(x,0)=3\sin x, & u_t(x,0)=0 \end{cases}$

十. 求解积分方程（本题 15 分）

求解积分方程

$$y(x)=x+\int_0^x \sin(x-\xi)y(\xi)d\xi$$