

北京航空航天大学 2005 年

201531

硕士研究生入学考试试题

科目代码: 392

量子力学

(共 2 页)

考生注意: 所有答题务必书写在考场提供的答题纸上, 写在本试题单上的答题一律无效 (本题单不参与阅卷)。

一. (本题 15 分)

设 ϕ_1 和 ϕ_2 分别是对应于同一本征值的归一化本征函数, 若 $\int \phi_1^* \phi_2 d\tau = d$, 其中 d 是实数, 试求由 ϕ_1 和 ϕ_2 的线性组合构成的、与 ϕ_1 正交的归一化函数。

二. (本题 10 分)

设粒子处于一维无限深方势阱中, $V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a \\ \infty, & x < 0, x > a \end{cases}$, 试求粒子处于第 n 个能量本征态时的 \bar{x} 。

三. (本题 20 分)

求 x 表象里算符 \hat{x}, \hat{p} 的矩阵元, 已知 $\langle p | x \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{-ipx/\hbar}$ 。

四. (本题 20 分)

在 σ_z 表象中, 求 $\sigma \cdot n$ 的本征态, $n = (\sin\theta \cos\varphi, \sin\theta \sin\varphi, \cos\theta)$ 是 (θ, φ) 方向的单位矢。

五. (本题 25 分)

一质量为 m 、带电荷 Q 的粒子在三维各向同性势阱 $V = \frac{1}{2}kr^2$ 中运动。

(a) 求能级及其简并度。 (b) 加一均匀电场后, 新的能级及简并度如何?

六. (本题 20 分)

不考虑自旋和相对论修正, 一个电子在力心为坐标原点的库仑场中, 其第一激发态 ($n=2$) 是 4 重简并的 ($l=0, m_l=0$; $l=1, m_l=0, \pm 1$). 现加上一个非有心力微扰 $V' = f(r)xy$ (其中 $f(r)$ 是径向函数), 问在一级微扰近似下, $n=2$ 的能级会分裂成几个能量不同的能级? 各能级的简并度为多少?

七. (本题 15 分)

测量自由空间中一个电子自旋的 z 分量, 得到 $\hbar/2$, 接着测量自旋的 x 分量, (a) 可能得到什么结果? (b) 得到这些结果的概率各是多少? (c) 这些结果的平均值又是多少?

八. (本题 15 分)

用量子力学的语言定性说明纳米颗粒 (视为圆球) 的尺寸与其内部能级之间的关系。并讨论当纳米颗粒足够小时的能级填充情况和相应的物理结果。

九. (本题 10 分)

两个自旋为 $1/2$ 的定域非全同粒子不计轨道运动时的相互作用能为 $\hat{H} = A\hat{s}_1 \cdot \hat{s}_2$ (取 $\hbar=1$)。若 $t=0$ 时粒子 1 自旋向上 ($s_{1z}=1/2$), 粒子 2 自旋向下 ($s_{2z}=-1/2$)。求任意时刻粒子 1 自旋向上的概率。