

北京航空航天大学 2005 年 硕士研究生入学考试试题

科目代码: 841

概率与数理统计 (共 6 页)

考生注意: 所有答题务必书写在考场提供的答题纸上, 写在本试题单上的答题一律无效 (本题单不参与阅卷)

说明: 1. 共 15 题, 每题 10 分

2. 数表列在题单的最后。直接选用, 不必插值。

一、(本题共 10 分, 每小题 5 分)

某批产品共有 12 个, 其中 2 个是次品。试用下列两种抽样方法随机抽取 5 个, 求其中次品数不多于 1 个的概率。

- ① 不放回抽样;
- ② 放回抽样。

二、(本题共 10 分, 每小题 5 分)

某产品大批量生产, 已知其次品率为 0.05。现从某批该种产品中随机地抽取 5 件。试求:

- ① 其中至少有一个次品的概率;
- ② 其中至多有一个次品的概率。

三、(本题 10 分)

在 $(0, 1.0)$ 范围内, 独立地任意取两个实数, 试求两数之和大于 0.8

同时两数之差小于 0.1 的概率。

四、(本题 10 分)

某元件的寿命服从期望寿命为 100h 的指数分布。试求该元件单件工作和两件并联工作时, 寿命大于 75h 的概率

五、(本题共 10 分, 每小题 5 分)

某种玻璃器皿, 包装简陋。现在需要长途运送。运送期间将遇到三次装卸。在三次装卸中, 玻璃器皿受损的概率分别为 0.05、0.15 和 0.5。

- ① 试求该玻璃器皿到达目的地时完好的概率;
- ② 如果能避开第三次装卸, 该器皿到达目的地时的受损概率。

六、(本题 10 分)

某种灯泡有两个等级, 其寿命各自服从正态分布: $N(500h, 10000h^2)$ 和 $N(600h, 2500h^2)$ 。在批生产中, 这两个等级依次占 70% 与 30%。现随机地用两个这种灯泡并联成一个指示灯。试求该指示灯连续工作 500h 以上的概率。

七、(本题 10 分)

已知随机变量 X 在 $(0, 1)$ 上均匀分布。试求其函数 $Y=X^2+1$ 的数学期望与分布密度。

八、(本题 10 分)

有相邻两个城市 A 与 B。据以往的历史数据统计, 在同一天内, A 与 B 城市都下雨的概率为 0.4; A 城下雨而 B 城不下雨、A 城不下雨而 B 城下雨的概率皆为 0.15。试分析 A、B 两城市下雨的相关性与独立性。

九、(本题共 10 分, 每小题 5 分)

已知二维随机变量 (X, Y) 的一些数字特征: $EX=2$, $DX=2$, $EY=0.5$, $DY=3$; 以及差函数方差 $D(X-Y)=6$ 。试求:

- ① 相关系数 ρ_{xy} ;
- ② $(X-Y)^2$ 的数学期望。

十、(本题 10 分)

某种产品，每生产一件合格品可获利 100 元，每生产一件不合格品则亏损 20 元。已知其生产过程中产生不合格品的概率为 0.4。现在投入生产 100 件，试求赢利不少于 4000 元的概率。

十一、(本题 10 分)

已知随机变量 X 的分布密度函数为：

$$f(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1} & \theta > 1, x \in (0,1) \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

试推导在简单随机样本（设样本容量为 n ）下， θ 的极大似然估计。

十二、(本题共 10 分，每小题 5 分)

某自动车床加工偏差服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 。现取简单随机样本，样本容量为 10，测得样本观测值如下表，单位为 mm：

-0.03	0.03	0.04	0.04	0.00
-0.02	-0.04	-0.03	0.01	0.02

试求：

- ① μ 的置信度为 0.9 的置信区间；
- ② σ 的置信度为 0.8 的置信区间。

十三、(本题共 10 分，每小题 5 分)

某种灯泡的寿命服从正态分布。由容量为 10 的简单随机样本得到样本平均值为 9375h，样本方差为 807600h²。试求：

- ① 灯泡期望寿命的置信度为 0.95 的置信下限；
- ② 灯泡寿命均方差的置信度为 0.90 的置信上限。

十四、(本题共 10 分，每小题 5 分)

某设备的寿命，经 5 次独立试验，得到样本观测值如表所示，单位为小时 (h)。

99.3	100.5	100.2	98.9	101.1
------	-------	-------	------	-------

试按下列假设条件分别估计该设备的寿命在 (98h, 102h) 范围内的概率

- ① 设备寿命服从正态分布;
- ② 对设备寿命的分布类型一无所知。

十五、(本题共 10 分, 每小题 5 分)

某种受压弹簧, 在压缩 5mm 时的弹力 X 服从正态分布, 图纸要求弹力在 (14.8, 15.8) kgf 范围内。现从一批该种弹簧中随机抽取 5 件, 实测弹力如表所示, 单位为 kgf。

15.5	14.7	15.3	15.0	15.7
------	------	------	------	------

- ① 试求 X 分布参数的极大似然估计;
- ② 在此基础上试估计该批弹簧的合格率。

附表一 标准正态分布函数值 $\Phi(z)$ 表

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

附表二 t 分布 下分位点 $t_{\alpha}(n)$ 值表

n	α				
	0.99	0.975	0.95	0.9	0.85
4	3.7469	2.7765	2.1318	1.5332	1.1896
5	3.3649	2.5706	2.0150	1.4759	1.1558
6	3.1427	2.4469	1.9432	1.4398	1.1342
7	2.9979	2.3646	1.8946	1.4149	1.1192
8	2.8965	2.3060	1.8595	1.3968	1.1081
9	2.8214	2.2622	1.8331	1.3830	1.0997
10	2.7638	2.2281	1.8125	1.3722	1.0931
11	2.7181	2.2010	1.7959	1.3634	1.0877
12	2.6810	2.1788	1.7823	1.3562	1.0832
13	2.6503	2.1604	1.7709	1.3502	1.0795

附表三 χ^2 分布 下分位点 $\chi^2_{\alpha}(n)$ 值表

n	α					
	0.99	0.95	0.90	0.10	0.05	0.01
4	13.277	9.488	7.779	1.064	0.711	0.297
5	15.086	11.070	9.236	1.610	1.145	0.554
6	16.812	12.592	10.645	2.204	1.635	0.872
7	18.475	14.067	12.017	2.833	2.167	1.239
8	20.090	15.507	13.362	3.490	2.733	1.647
9	21.666	16.919	14.684	4.168	3.325	2.088
10	23.209	18.307	15.987	4.865	3.940	2.558
11	24.725	19.675	17.275	5.578	4.575	3.053
12	26.217	21.026	18.549	6.304	5.226	3.571
13	27.688	22.362	19.812	7.041	5.892	4.107