北京航空航天大学2006年
硕士研究生入学考试试题 科目代码：424
信息类专业综合 （共4页）

考生注意：所有答题务必书写在考场提供的答题纸上，写在本试题单上的答题一律无效（本题单不参与阅卷）。

信号与系统（共60分）

一、简答题（本大题共20分，第1小题6分、第2小题8分、第3小题6分）

1）求 $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{9\pi}{4}} \delta(\sin x)dx$ 的值。

2）已知信号 $f(t)$ 的最高角频率为 ω_m，当对 $y_1(t)=f(\frac{t}{2})+f(\frac{t}{4})$ 取样时，求其频谱不混迭的最大取样间隔 T_1；当对 $y_2(t)=f(\frac{t}{2})\cdot f(\frac{t}{4})$ 取样时，求其频谱不混迭的最大取样间隔 T_2。

3）已知 $X(z)=\dfrac{z}{(z-1)^2(z-2)}$，$1<|z|<2$，求 $x(n)$。

二、计算题（本题15分）

某LTI系统的系统函数：
$$H(\omega)=\begin{cases} e^{j\frac{\pi}{2}}, & -4\le\omega<0 \quad rad/s \\ e^{-j\frac{\pi}{2}}, & 0<\omega\le 4 \quad rad/s \\ 0, & \omega<-4\text{和}\omega>4 \quad rad/s \end{cases}$$

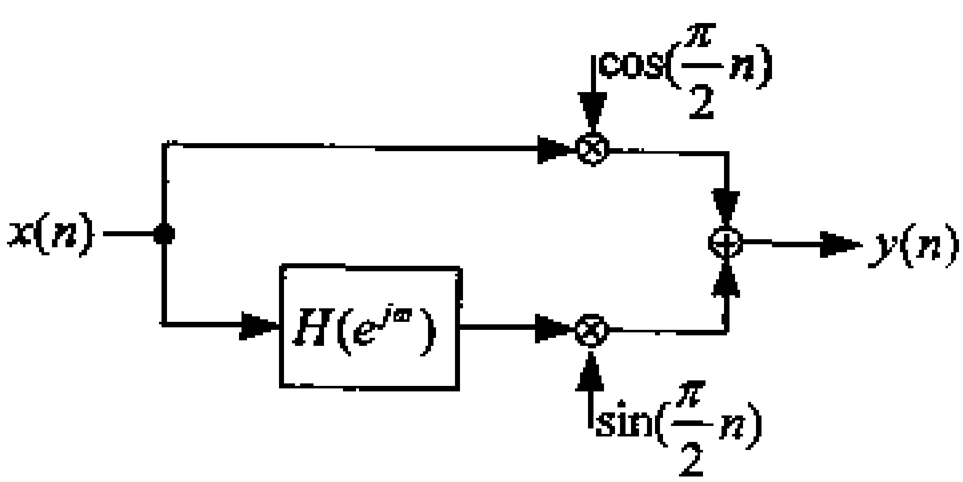
当激励 $f(t)=\dfrac{\sin 2t}{t}\cdot\cos 4t$ 时，求系统的输出 $y(t)$。

三、 计算题(本题 10 分)

设 $x(n)$ 为一实值序列，其傅里叶变换 $X(e^{j\omega})=0$（$\omega\geq\dfrac{\pi}{4}$）。现在想要得到一个信号 $y(n)$，它的傅里叶变换在 $-\pi<\omega\leq\pi$ 内为

$$Y(e^{j\omega})=\begin{cases} X(e^{j(\omega-\frac{\pi}{2})}), & \dfrac{\pi}{2}<\omega\leq\dfrac{3\pi}{4} \\ X(e^{j(\omega+\frac{\pi}{2})}), & -\dfrac{3\pi}{4}\leq\omega<-\dfrac{\pi}{2} \\ 0, & \text{其余 } \omega \end{cases}$$

下图的系统用于从 $x(n)$ 得到 $y(n)$。试确定要使系统正常工作，图中滤波器的频率响应 $H(e^{j\omega})$ 必须满足什么限制。



题三图

四、计算题(本题 15 分)

设一个连续时间 LTI 系统的输入和输出的关系为：$y''(t)+y'(t)-2y(t)=x(t)$

1). 求出系统函数 $H(s)$。

2). 确定下列三种情况下的单位冲击响应 $h(t)$：(i) 系统是因果的；(ii) 系统是稳定的：(iii) 系统既不是因果的也不是稳定的。

随机过程（共 45 分）

五、简答题（本题共 15 分，每小题 5 分）

1). 请叙述切普曼－科尔莫哥洛夫方程式。

2). 请叙述平稳随机过程均值各态历经性（遍历性）的定义及其主要意义。。

3). 请叙述泊松过程的定义。

六、证明题（本题 10 分）

试证明对于任何一个马尔可夫过程，如“现在”的ξ（t）值为已知，则过程的“过去”和“将来”是相互统计独立的，即如果有 $t_1 < t_2 < t_3$，其中 t_2 代表“现在”，t_1 代表过去，t_3 代表“将来”，若 $\xi(t_2)=x_2$ 为已知值，试证明：

$$f_{t_1,t_3|t_2}(x_1,x_3 \mid x_2) = f_{t_1|t_2}(x_1 \mid x_2) f_{t_3|t_2}(x_3 \mid x_2)$$

七、证明题（本题 20 分，第 1 小题 12 分，第 2 小题 8 分）

设随机过程 $X(t)=\sum_{i=1}^{n}(U_i\cos\omega_i t + V_i \sin\omega_i t)$，其中 $\omega_i > 0$ 为常数，$U_i, V_i, i=1,2,\cdots,n$ 为两两互不相关且均值为零，方差为 σ^2 的实随机变量，

1）证明 $X(t)$ 为平稳随机过程。

2）证明 $X(t)$ 具有均值各态历经性。

数学物理方程（共 45 分）

第八题、简答题（本题共 15 分，每小题 5 分）

1、请写出第三类边界条件。

2、请写出第一格林格式。

3、什么是数学物理方程解的稳定性，为什么要求稳定？

第九题、求解定解问题（本题 15 分）

求解定解问题
$$\begin{cases} u_{tt} = 25u_{xx}, & 0 < x < \pi, \quad t > 0 \\ u(0,t) = u(\pi,t) = 0 \\ u(x,0) = 3\sin 5x, & u_t(x,0) = 0 \end{cases}$$

第十题、计算题（本题 15 分）

求解无限长细杠的热传导问题
$$\begin{cases} u_t - 16u_{xx} = 0 & (-\infty < x < \infty) \\ u|_{t=0} = \varphi(x) \end{cases}$$