北京航空航天大学2006年
硕士研究生入学考试试题 科目代码：392

量子力学 (共 2 页)

考生注意：所有答题务必书写在考场提供的答题纸上，写在本试题单上的答题一律无效（本题单不参与阅卷）。

一.（本题 15 分）

根据量子力学的基本原理，论述以下的假想是否有意义？

按照概率假说可以认为 $\psi(x,t)=\delta(x-at)$ 所描述的粒子运动是沿着一定轨道的等速运动，速度为 a，不遵从不确定原理（即测不准关系）。因为 $\psi(x,t)=\delta(x-at)$ 表示粒子在 t 时刻的坐标是 $x=at$。

二.（本题 15 分）

简述定态的特点；证明在定态下，粒子的任何不显含时间的力学量的测值概率不随时间变化。

三.（本题 15 分）

简述守恒量的特点；证明在任何态下，守恒量的测值概率不随时间变化。

四.（本题 15 分）

若 $\hat{K}=\hat{L}\hat{M}$，且 $\hat{L}\hat{M}-\hat{M}\hat{L}=1$，证明：若 φ 为 $\hat{K}$ 的本征函数，对应的本征值为 λ，则 $u=\hat{L}\varphi$ 也是 $\hat{K}$ 的本征函数，对应的本征值为 $\lambda-1$；$\upsilon=\hat{M}\varphi$ 也是 $\hat{K}$ 的本征函数，对应的本征值为 $\lambda+1$。

五.（本题 20 分）

一确定量子力学系统由一个二维希尔伯特空间的哈密顿量 $\hat{H}$ 描述，在此二维空间内引入正交归一基矢组 $|1\rangle=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ 和 $|2\rangle=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$，哈密顿矩阵是一个 2×2 矩阵：

$$\begin{pmatrix}\langle1|\hat{H}|1\rangle & \langle1|\hat{H}|2\rangle\\ \langle2|\hat{H}|1\rangle & \langle2|\hat{H}|2\rangle\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3A & 4iA\\ -4iA & -3A\end{pmatrix}$$ （i 是虚数单位）

其中 A 是实数。试求：

(1) 系统的能量本征值；

(2) 系统的归一化能量本征矢（用$|1\rangle$和$|2\rangle$表示）；

(3) 假定 $t=0$ 时，$|\psi(0)\rangle=|2\rangle$，求 t 时刻系统的归一化本征矢$|\psi(t)\rangle=?$

六.（本题 20 分）

设$t=0$时，电荷为 e 的线性谐振子处于基态；在$t>0$时附加上一个与谐振子振动方向相同的恒定外电场$\bar{E}$，求谐振子处在任意态的概率。已知

$$x\psi_n(x)=\frac{1}{\alpha}\left[\sqrt{\frac{n+1}{2}}\psi_{n+1}(x)+\sqrt{\frac{n}{2}}\psi_{n-1}(x)\right],\quad 其中\ \alpha=\sqrt{\frac{\mu\omega}{\hbar}},\quad \psi_n(x)\ 为谐振子的$$

能量本征函数。

七.（本题 25 分）

氢原子处在 $n=2$ 的能级上，相应的波函数为 $|1\rangle=|200\rangle$，$|2\rangle=|210\rangle$，$|3\rangle=|211\rangle$，$|4\rangle=|2,1,-1\rangle$。现在 z 方向上加均匀的静电场$\bar{E}$，不考虑自旋，试用微扰论求氢原子$n=2$能级的分裂，已知$\langle 200|z|210\rangle=-3a_0$。

八.（本题 15 分）

设电子处于某自旋态，在该态中电子自旋s_y的取值为$-\frac{\hbar}{2}$，求在该态中电子自旋s_z和s_x的可能取值、测值概率和平均值。

九.（本题 10 分）

考虑一个电子在沿 z 方向的均匀磁场中运动，在$t=0$时刻测量到电子自旋沿正 y 方向。求在$t>0$时的自旋波函数及$\hat{s}_x$的平均值。