

北京航空航天大学 2006 年 硕士研究生入学考试试题

科目代码: 841

概率与数理统计 (共 5 页)

考生注意: 所有答题务必书写在考场提供的答题纸上, 写在本试题单上的答题一律无效 (本题单不参与阅卷)

说明: 1. 共 15 题, 每题 10 分, 共 150 分。
2. 数表列在题单的最后。直接选用, 不必插值。

一、(本题共 10 分, 每小题 5 分)

某批产品共有 10 个, 其中 2 个是次品。试用下列两种抽样方法随机抽取 5 个, 求其中次品数不多于 1 个的概率。

- ① 不放回抽样;
- ② 放回抽样。

二、(本题共 10 分, 每小题 5 分)

某种灯泡的寿命服从期望寿命为 5000h 的指数分布。

- ① 试求该灯泡寿命在 1000h 到 2000h 的概率;
- ② 任取一件做通电试验。通电到 1000h 时, 该电子器件仍正常工作。试求它的寿命达不到 2000h 的概率。

三、(本题 10 分)

某种电子器件的寿命服从正态分布, 已知其期望寿命为 1000h、方差为 $40000h^2$ 。现从大批生产的该产品中任取一件做试验。工作到 1000h 时, 该电子器件一切正常, 而工作到 1500h 时, 发现电子器件已烧坏, 但其确切的寿命未记录下来。试求该受试电子器件寿命在 (1250h, 1500h) 范围内的概率。

四、(本题 10 分)

某种灯泡的寿命服从指数分布, 一等品的期望寿命为 600h, 二等品的期望寿命为 300h。已知该灯泡在大批生产时一等品率为 70%, 其余都为二等品。现从一大批该灯泡中任意抽取 2 个, 用并联方式组成一个指示灯。试求, 在电源绝对可靠下, 该指示灯能连续工作 100h 以上的概率。

五、(本题 10 分)

某自动机床, 当处于“调整良好”状态时, 生产出来的产品的合格率为 0.98; 当处于“调整不良”状态时, 产品合格率降低到 0.7。根据以往的统计, 每天一上

班时, 机床处于“调整良好”的概率为 0.9。现在, 某一天一上班时, 试生产的 5 个产品中有 3 个合格。试问, 此时机床处于“调整良好”状态的概率是多少? 假定试生产过程中机床的状态不会发生变化。

六、(本题共 10 分, 每小题 5 分)

已知随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其取值用 x 表示。另有随机变量 Y , 取值为 y 。 Y 为 X 的函数, 函数关系为 $y=f(x)=e^x$ 。试求:

- ① Y 的分布密度函数;
- ② 满足 $P(Y \leq y_0) = 0.5$ 的 y_0 值。

七、(本题共 10 分, 每小题 5 分)

已知二维随机变量 (X, Y) 的联合分布函数为:

$$F(x, y) = \begin{cases} kxy(x+y) & 0 < x \leq 1, 0 < y \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

- 试: ① 求 $P(0.3 < x \leq 0.7, 0.4 < y \leq 0.8)$
- ② 推证 X, Y 是否相互独立。

八、(本题共 10 分, 每小题 5 分)

某二维随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为:

$$\varphi(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)} & x \geq 0, y \geq 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

- 试: ① 求 $P(X > 1)$;
- ② 判定随机变量 X 与 Y 的独立性。

九、(本题 10 分)

某微型电子元器件大批量生产, 已知其次品率为 0.005。若随机地抽取 10,000 个, 试求其中次品数不多于 40 个的概率。

十、(本题 10 分)

某特种灯泡的寿命服从 λ 为 0.05 (1/小时) 的指数分布。为保证在 1750 小时内能以 0.95 的概率保障连续照明, 试问若不计更换灯泡所耗时间, 至少必须准备多少个灯泡?

十一、(本题 10 分)

已知二项分布总体 X 的概率分布为:

$$\begin{cases} P(X=1)=1-p \\ P(X=0)=p \end{cases} \quad 0 < p < 1$$

现有样本容量为 n 的简单随机样本： x_1, x_2, \dots, x_n 。试推导参数 p 的极大似然估计量。

十二、(本题 10 分)

已知某产品的寿命服从威布尔分布，其分布密度函数为：

$$\varphi(t) = \frac{m}{\eta} \left(\frac{t}{\eta} \right)^{m-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta} \right)^m} \quad t \geq 0$$

假设其形状参数 m 为已知。试推导在简单随机样本下，样本容量为 n 时，参数 η 的极大似然估计。

十三、(本题共 10 分，每小题 5 分)

某种滚珠的直径服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 。现从某日生产的一批滚珠中随机抽取 10 只，测得样本均值为 14.95mm，样本方差为 0.06mm²。试求：

- ① μ 的置信度为 0.95 的单侧置信下限；
- ② σ^2 的置信度为 0.9 的单侧置信上限。

十四、(本题共 10 分，每小题 5 分)

某装罐机的装罐量服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 。由简单随机抽样，测得 10 个装罐量的平均值为 500g，方差为 35.8g²。

- 试求：
- ① μ 的置信度为 0.9 的置信区间；
 - ② σ 的置信度为 0.9 的置信上限。

十五、(本题 10 分)

设某自动机床的加工尺寸服从正态分布。现由其加工一个轴，图纸规定轴的尺寸与公差为 $\phi 20^{+0.06}_{-0.06}$ mm。经试生产，得到 11 个样本观测值，如表所示，单位为 mm。试估计加工的合格率。

20.04	20.00	19.96	20.06
20.03	19.99	19.95	20.04
20.01	20.05	19.98	

附表一 标准正态分布函数值 $\Phi(z)$ 表

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6256	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6916	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8926	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9

3.0 | 0.9937 0.9990 0.9993 0.9995 0.9997 0.9998 0.9999 0.9999 0.9999 1.0000

附表二 t 分布 下分位点 $t_{\alpha}(n)$ 值表

n	α				
	0.99	0.975	0.95	0.9	0.85
4	3.7469	2.7765	2.1318	1.5332	1.1896
5	3.3649	2.5706	2.0150	1.4759	1.1558
6	3.1427	2.4469	1.9432	1.4398	1.1342
7	2.9979	2.3646	1.8946	1.4149	1.1192
8	2.8965	2.3060	1.8595	1.3968	1.1081
9	2.8214	2.2622	1.8331	1.3830	1.0997
10	2.7638	2.2281	1.8125	1.3722	1.0931
11	2.7181	2.2010	1.7959	1.3634	1.0877
12	2.6810	2.1788	1.7823	1.3562	1.0832
13	2.6503	2.1604	1.7709	1.3502	1.0795

附表三 χ^2 分布 下分位点 $\chi^2_{\alpha}(n)$ 值表

n	α					
	0.99	0.95	0.90	0.10	0.05	0.01
4	13.277	9.488	7.779	1.064	0.711	0.297
5	15.086	11.070	9.236	1.610	1.145	0.554
6	16.812	12.592	10.645	2.204	1.635	0.872
7	18.475	14.067	12.017	2.833	2.167	1.239
8	20.090	15.507	13.362	3.490	2.733	1.647
9	21.666	16.919	14.684	4.168	3.325	2.088
10	23.209	18.307	15.987	4.865	3.940	2.558
11	24.725	19.675	17.275	5.578	4.575	3.053
12	26.217	21.026	18.549	6.304	5.226	3.571
13	27.688	22.362	19.812	7.041	5.892	4.107