

北京航空航天大学 2007 年
硕士研究生入学考试试题

科目代码: 841

概率与数理统计 (共 6 页)

考生注意: 所有答题务必书写在考场提供的答题纸上, 写在本试
题单上的答题一律无效 (本题单不参与阅卷)

说明: 1. 共 15 题, 每题 10 分, 共 150 分。

2. 计算题的答数, 或者是整数, 或者是小数, 不许用分数。小数, 通常取 4 位有效数据, 如: 213.9、4.860、0.005473。

3. 数表列在题单的最后。直接选用, 不必插值。

一、(本题共 10 分, 每小题 5 分)

口袋里有 10 个球, 6 个白色, 4 个红色。现在进行随机抽取。

试求:

① 放回抽取时, 抽到第四个才是红色的概率;

② 不放回抽取时, 抽取四个中至少有一个白色的概率。

二、(本题共 10 分, 每小题依次为 3 分、3 分、4 分)

试按下列所给定的分布, 求随机变量 ξ 大于其数学期望的概率。

① ξ 服从指数分布;

② ξ 服从正态分布;

③ ξ 服从两参数威布尔分布, 形状参数 $\beta=2$ 。(提示: $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\pi}$)。

三、(本题 10 分)

A、B、C 为某随机现象中的三个事件, 且 $AB=\phi$ 。现在已知概率的有 $P(A)$ 、 $P(B)$ 、 $P(C|A)$ 、 $P(C|B)$, 且都不为零。试求 $P(C|A+B)$ 。

四、(本题 10 分, 每小题 5 分)

有两个相邻城镇 A 与 B。夏季, 每天不下雨的概率分别为 0.3 与 0.4; 两城镇至少有一个下雨的概率为 0.8。试求:

- ① 城镇 A 下雨的日子里, B 城镇不下雨的概率;
- ② 同一天里, A 城镇不下雨而 B 城镇下雨的概率。

五、(本题 10 分)

某批产品由 A、B、C 三个厂提供。三个厂的产品配额与次品率如表所示。现从该批产品中随机地抽取 5 件。

	A 厂	B 厂	C 厂
产品配额	50%	30%	20%
次品率	0.05	0.08	0.10

试求抽取的 5 件中至少有一个次品的概率。

六、(本题 10 分)

随机变量 X 服从标准正态分布。试求其函数 $Y=X^2$ 的分布密度。

七、(本题 10 分)

某单向阀, 阻止其打开的弹簧力服从正态分布, 数学期望为 100kgf, 均方差为 4kgf; 而欲打开单向阀的气体推力亦服从正态分布, 数学期望为 110kgf, 均方差为 6kgf。弹簧力与气体推力相互独立。试求在气体推力下单向阀不能打开的概率。

八、(本题共 10 分, 每小题 5 分)

已知二维随机变量 (X, Y) 的联合分布为:

$$f(x, y) = \begin{cases} 1.5x + Bxy & 0 < x \leq 1, 0 < y \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

试：① 确定 B 值；

② 推证 X, Y 是否相互独立。

九、(本题 10 分)

已知二维随机变量 (X, Y) 在矩形域 $0 < x \leq 1, 0 < y \leq 1$ 上均匀分布。试求函数 $Z=Y-X$ 的分布密度函数。

十、(本题 10 分)

某产品的生产批量很大。现要用样本平均值来推断其次品率 q 。试问，应至少抽检多少个产品，才能使推断的结果与实际次品率之绝对差小于 0.05 的概率不小于 0.9。(提示： $q \times (1-q) \leq 0.25$)

十一、(本题 10 分)

某设备中有一种易损件。该易损件在一年内更换次数服从泊松 (Poisson) 分布，数学期望为 6 次。某工厂有该种设备 100 台，维修部门在年初准备了 650 个该种易损件。试问这一年内能保障这 100 台设备的该种易损件在损坏时全能得到更换的概率。

十二、(本题共 10 分，每小题 5 分)

已知随机变量 X 的分布密度函数为：

$$f(x) = \begin{cases} Ax^B & A > 0, B > 0, x \in (0, 1) \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

试求：① A 与 B 的函数关系；

② 在简单随机样本 (设样本容量为 n) 下，B 的极大似然估计。

十三、(本题共 10 分，每小题 5 分)

某自动车床加工偏差服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 。现取简单随机样本，样本容量

为 10, 测得样本观测值如下表, 单位为 mm:

-0.03	0.03	0.04	0.04	0.00
-0.02	-0.04	-0.03	0.01	0.02

试求:

- ① μ 的置信度为 0.9 的置信区间;
- ② σ^2 的置信度为 0.8 的置信区间。

十四、(本题共 10 分, 每小题 5 分)

某仪器的测量误差 (绝对值) 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 。现由样本容量为 10 的简单随机样本, 得到样本平均值为 $100 \mu\text{m}$ (微米), 样本方差为 $625 \mu\text{m}^2$ 。试求:

- ① μ 的置信度为 0.9 的单侧置信上限;
- ② σ 的置信度为 0.9 的单侧置信下限。

十五 (本题共 10 分, 每小题依次为 3 分、3 分、4 分)

某测距仪, 在规定量程内, 距离的测量误差服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 。现对某一已知距离进行 5 次独立测量, 得到测量误差的观察值如表所示, 单位为 cm。

0.1	-0.4	0.8	0.5	-0.9
-----	------	-----	-----	------

- ① 试求 μ 与 σ^2 的无偏点估计值;
- ② 根据①的点估计值, 求每一次进行测量时的测量误差绝对值小于 1cm 的概率;
- ③ 若用 3 次独立测量的平均值作为最终测量值, 试问, 最终测量值的绝对误差小于 1cm 的概率是多少?

附表一 标准正态分布函数值 $\Phi(z)$ 表

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000

附表二 t 分布 下分位点 $t_{\alpha}(n)$ 值表

n	α				
	0.99	0.975	0.95	0.9	0.85
4	3.7469	2.7765	2.1318	1.5332	1.1896
5	3.3649	2.5706	2.0150	1.4759	1.1558
6	3.1427	2.4469	1.9432	1.4398	1.1342
7	2.9979	2.3646	1.8946	1.4149	1.1192
8	2.8965	2.3060	1.8595	1.3968	1.1081
9	2.8214	2.2622	1.8331	1.3830	1.0997
10	2.7638	2.2281	1.8125	1.3722	1.0931
11	2.7181	2.2010	1.7959	1.3634	1.0877
12	2.6810	2.1788	1.7823	1.3562	1.0832
13	2.6503	2.1604	1.7709	1.3502	1.0795

附表三 χ^2 分布 下分位点 $\chi^2_{\alpha}(n)$ 值表

n	α					
	0.99	0.95	0.90	0.10	0.05	0.01
4	13.277	9.488	7.779	1.064	0.711	0.297
5	15.086	11.070	9.236	1.610	1.145	0.554
6	16.812	12.592	10.645	2.204	1.635	0.872
7	18.475	14.067	12.017	2.833	2.167	1.239
8	20.090	15.507	13.362	3.490	2.733	1.647
9	21.666	16.919	14.684	4.168	3.325	2.088
10	23.209	18.307	15.987	4.865	3.940	2.558
11	24.725	19.675	17.275	5.578	4.575	3.053
12	26.217	21.026	18.549	6.304	5.226	3.571
13	27.688	22.362	19.812	7.041	5.892	4.107