北京理工大学2002年研究生入学考试试题

科目代码：406　　科目名称：《自动控制理论》　　分号：02-02

试题答案必须书写在答题纸上，在试题和草稿纸上答题无效．试题上不准填写准考证号和姓名．

1　控制系统的频域分析　　(15 分)

反馈系统的开环传递函数 $G_o(s)$ 由最小相位环节组成，其折线对数幅频特性曲线如图 1.

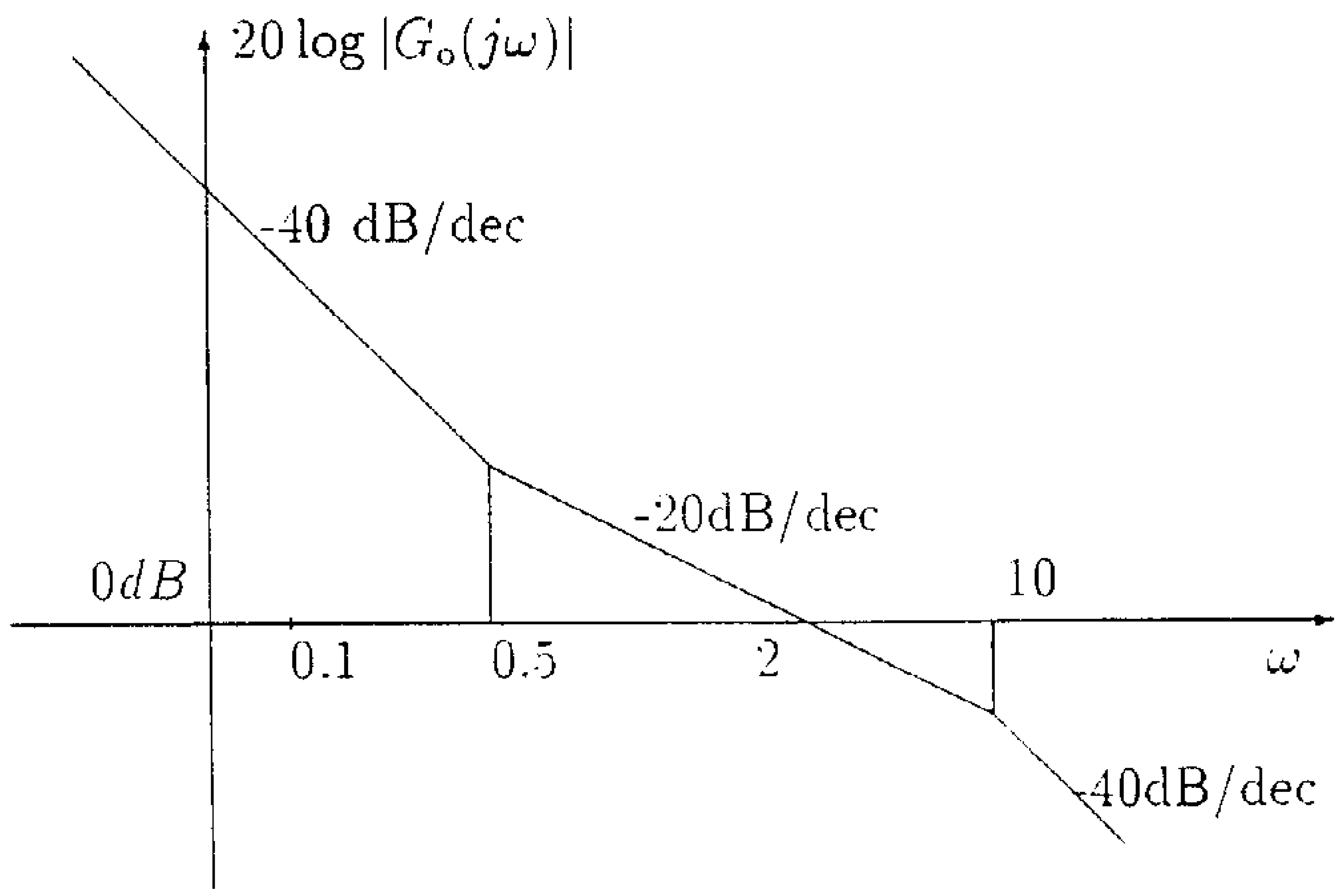

Figure 1: $G_o(s)$ 的折线对数幅频特性曲线

(1) 写出开环传递函数 $G_o(s)$;

(2) 计算系统的相位裕量和增益裕量.

(3) 做出 $G_o(s)$ 的 Nyquist 曲线并分析闭环系统的稳定性.

2 状态空间方法 20 分

考虑系统

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & \alpha\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}b_1\\ b_2\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}1 & 1 & c_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}$$

(1) 判断系统的稳定性.

(2) 判断系统是否完全能控、完全能观测，并说明理由.

(3) 能否通过状态反馈 $u = \mathrm{k}^T\mathrm{x}$ 使闭环系统稳定？请说明理由.

(4) 能否通过带状态观测器的状态反馈使闭环系统稳定？

要求: 按参数 α、b_1、b_2、c_3 的不同取值分别进行讨论，并说明每个结论与哪些参数有关或无关.

3 采样控制系统 15 分

采样控制系统如图 2. 已知 $K = 10$, $T = 0.2\,\mathrm{sec}$,

$$\mathcal{Z}\left\{\frac{1}{s}\right\}=\frac{z}{(z-1)},\quad \mathcal{Z}\left\{\frac{1}{s^2}\right\}=\frac{Tz}{(z-1)^2},\quad \mathcal{Z}\left\{\frac{2}{s^3}\right\}=\frac{T^2z(z+1)}{(z-1)^3}.$$

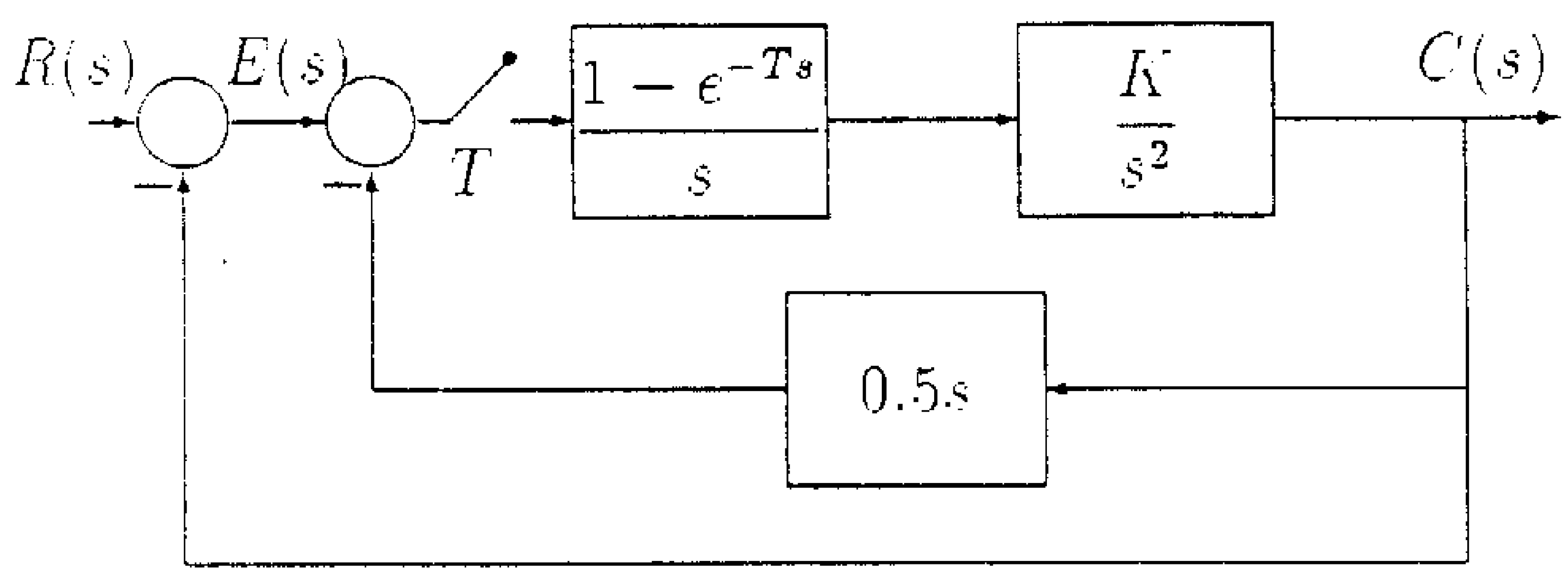

Figure 2: 采样控制系统

(1) 求出系统的开环脉冲传递函数。

(2) 判断闭环系统的稳定性。

(3) 当系统输入为 $r(t) = 1(t) + t \cdot 1(t) + \frac{1}{2}t^2 \cdot 1(t)$ 时，求稳态误差 ϵ_{ss} ($1(t)$ 为单位阶跃函数)。

4 传递函数、稳定性和稳态误差分析 (15 分)

系统的框图如图 3. 其中 $G_1(s) = \dfrac{s+1}{s^{n_1}(s+4)}$, $G_2(s) = \dfrac{K}{s^{n_2}(s+2)}$. $r(t)$ 和 $n(t)$ 分别是参考输入和扰动输入。

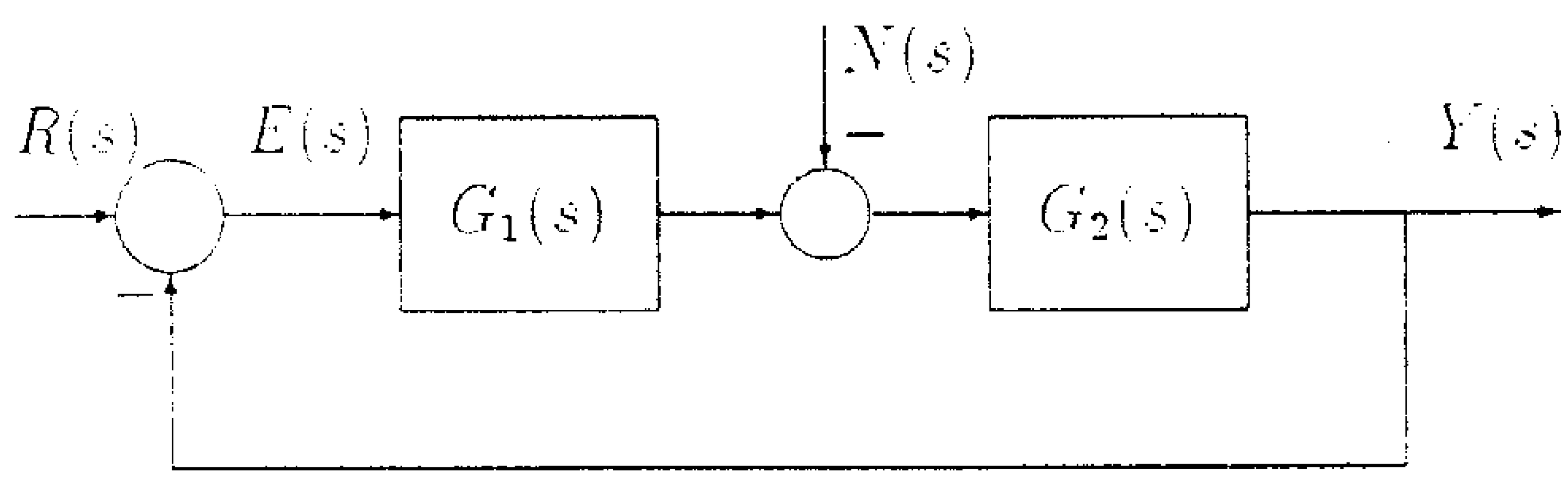

Figure 3: 具有扰动输入的控制系统

(1) 求误差传递函数 $G_{re}(s) = \frac{E(s)}{R(s)}$ 和 $G_{ne}(s) = \frac{E(s)}{N(s)}$.

(2) 是否存在 $n_1 \geq 0$ 和 $n_2 \geq 0$ 使闭环系统在没有扰动的情况下斜坡响应无静差？若存在，确定 $n_1 + n_2$ 的上限并说明理由。

(3) 设 $r(t)$ 和 $n(t)$ 均为阶跃信号。求 $E(s)$. 要求在系统的阶次尽可能低的情况下实现无静差。求此时的 n_1 和 n_2.

5 非线性控制系统 15 分

非线性控制系统如图 4. 已知 $b = 1$, $M = 4$. 非线性特性的描述函数为

$$N(X) = \frac{4M}{\pi X}\sqrt{1 - \left(\frac{b}{X}\right)^2} - j\frac{4bM}{\pi X^2}.$$

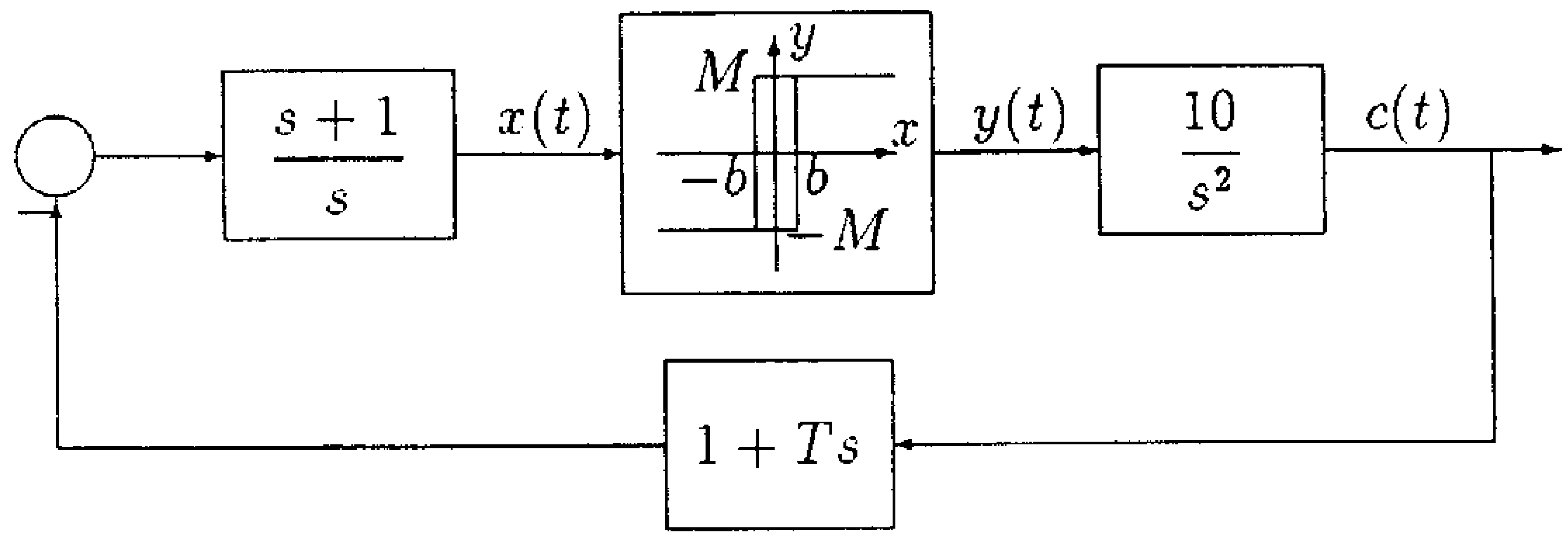

Figure 4: 非线性控制系统

(1) 讨论参数 T 对系统自激振荡的影响.

(2) 设 $T = 0.25\,\mathrm{sec}$. 求输出端自激振荡的振幅和频率.

6 控制系统的根轨迹分析 (20 分)

控制系统的框图如图 5 所示，其中 $k > 0$, $G_o(s) = \dfrac{s+\beta}{s^2(s+3)}$, $\beta > 0$. 记闭环系统的特征多项式为 $f(s)$.

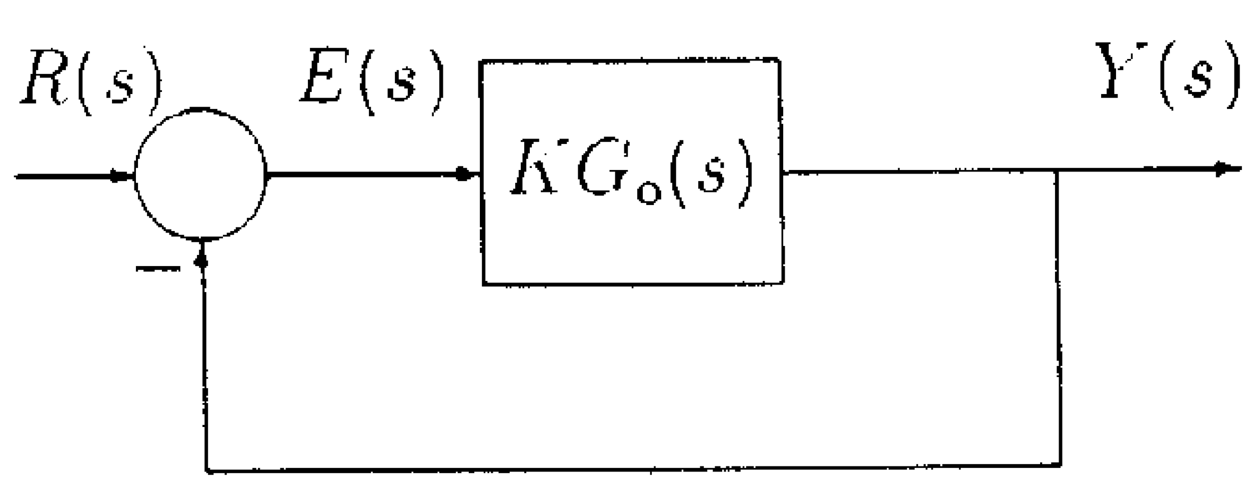

Figure 5: 一个典型控制系统的框图

(1) 设 $\beta = \frac{1}{3}$. 确定根轨迹的汇合点并画出根轨迹，同时请回答在汇合点处 $K=$? 有几条分支在这里汇合？请说明理由。(提示：会合点为重根点.)

(2) 设 $\beta = 1$. 画出 $f(s)$ 的根轨迹，并确定闭环系统稳定时 K 的取值范围.

(3) 设 $\beta = 4$. 画出 $f(s)$ 的根轨迹，并确定闭环系统稳定时 K 的取值范围.

(4) 令 $G_o(s) = \dfrac{s+\beta}{s^2(s+\alpha)}$. 讨论 α 和 β 都是正数的情况下，闭环系统能稳定的充分必要条件。