

★ 答卷须知
试题答案必须书
写在答题纸上,在
试题和草稿纸上
答题无效。

2008 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 826 科目名称: 信号处理导论

注: ω 为数字频率, Ω 为模拟频率。

一、(50 分) 简答题 (本题包含 10 道小题, 每题 5 分)

1. 已知连续时间信号 $x(t) = 2\delta(t-1) + u(t-2) + u(t-3) - 2u(t-4)$, 画出 $x(t)$ 和 $x(1-2t)$ 的信号波形。
2. 已知系统输入 $x(t)$ 和输出 $y(t)$ 的关系为: $y(t) = \sin[x(t)]$, 试推断该系统是否为时不变系统。
3. 利用 DFT 对一连续信号 $x(t)$ 进行频谱分析, 抽样间隔 $T_s = 0.1 \times 10^{-3}$ 秒, 要求频率分辨率不大于 10Hz。确定所允许处理信号 $x(t)$ 的最高频率、最少取样点数 (必须是 2 的整数次方) 和最短记录时间各是多少?
4. 一个实系数差分方程描述的线性相位 FIR 系统, 已知 $H(z)$ 中的 3 个零点分别为 1, 0.6, $0.5 + j0.5$ 。试问该系统的阶数至少是多少?
5. 已知一个理想低通数字滤波器的单位脉冲响应为 $h(n)$, 频率响应 $H(e^{j\omega})$, 其中

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \frac{\pi}{4} \\ 0, & \frac{\pi}{4} < |\omega| \leq \pi \end{cases}$$

试问: $h_1(n) = (-1)^n h(n)$ 是低通、高通、带通还是带阻滤波器? 画出它的幅频特性 $|H_1(e^{j\omega})|$ 的图形。

6. 已知一个 LTI 系统的输入 $x(t)$ 和输出 $y(t)$ 的关系为:

$$y(t) = \frac{1}{T_1 + T_2} \int_{t-T_1}^{t+T_2} x(\tau) d\tau$$

其中 T_1, T_2 是非负实数, 利用特征函数的概念求该系统的单位冲激响应 $h(t)$, 并画出其波形。

7. 已知连续时间实信号 $x(t)$ 的傅里叶变换为 $X(\Omega)$, 证明:

$$|X(\Omega)| = |X(-\Omega)| \text{ 和 } \arg X(\Omega) = -\arg X(-\Omega)。$$

★ 答卷须知
试题答案必须书
写在答题纸上,在
试题和草稿纸上
答题无效。

北京理工大学

2008 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 826 科目名称: 信号处理导论

注: ω 为数字频率, Ω 为模拟频率。

8. 已知某 LTI 系统的频率响应为: $H(j\Omega) = \frac{1-j\Omega}{1+j\Omega}$, 判断该系统是否为无失真传

输系统, 说明其原因。

9. 计算离散时间序列 $x(n) = 2^n u(-n+1)$ 的离散时间傅里叶变换 $X(e^{j\omega})$ 。

10. 已知某系统的单位冲激响应 $h(t) = e^{-2t} u(t)$, 输入为

$$x(t) = f(t)[u(t) - u(t-2)] + \beta \delta(t-2)$$

其中 $f(t)$ 为 t 的任意函数。(1) 求 $t > 2$ 时系统的输出 $y(t)$; (2) 若要求系统在 $t > 2$ 的输出为零, 试确定 β 值。

二、(20 分) 解答如下问题:

(1) 求如下连续时间信号的傅里叶系数 c_k

$$x_1(t) = \sin(2\pi f_0 t), \quad -\infty < t < \infty, \quad f_0 = 400 \text{ Hz};$$

(2) 画出如下连续时间信号的幅谱, 并注明相关参数

$$x_2(t) = \begin{cases} \sin(2\pi f_0 t) & 0 \leq t \leq t_p \\ 0 & \text{其它 } t \end{cases}$$

其中 $t_p = 5 \times 10^{-3}$ 秒, $f_0 = 400 \text{ Hz}$;

(3) 若对 (1) 中的信号 $x_1(t)$ 均匀抽样, 抽样间隔为 $T = 10^{-3}$ 秒, 由此得到离散时间序列:

$$x_1(n) = \sin(2\pi f_0 T n) = \sin(\omega_0 n)。$$

判断该序列是否为周期序列, 若是, 求其离散傅里叶系数 $\tilde{X}_1(k)$, 画出频谱。

(4) 若对 (2) 中的信号 $x_2(t)$ 均匀抽样, 抽样间隔为 $T = 10^{-3}$ 秒, 由此得到有限长离散时间序列 $x_2(n)$ 。确定序列长度 N , 并求其离散傅里叶变换 $X_2(k)$;

(5) 给出 (4) 中 DFT 的频率分辨率 $\Delta\omega$, 以及对应的连续时间信号 $x_2(t)$ 的频率分辨率 F 。

北京理工大学

2008 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

代码: 826 科目名称: 信号处理导论

注: ω 为数字频率, Ω 为模拟频率。

三、(20 分) 已知离散时间系统的差分方程为:

$$y(n) - 3y(n-1) + 2y(n-2) = f(n-1) - 2f(n-2)$$

若 $y(-1) = -\frac{1}{2}$, $y(0) = 0$, 且从 $n=0$ 时对系统施加输入 $f(n)$, 得到系统的全

响应 $y(n) = 2(2^n - 1)u(n)$ 。

- (1) 求系统的零输入响应 $y_0(n)$;
- (2) 求系统函数 $H(z)$ 和输入 $f(n)$;
- (3) 画出系统的直接型模拟框图;
- (4) 列出系统的状态方程和输出方程, 得出 A 、 B 、 C 、 D 矩阵。

四、(20 分) 已知一个连续时间 LTI 系统, 其系统函数 $H(s)$ 的零极点图如图 1 所示, 其方框图如图 2 所示。

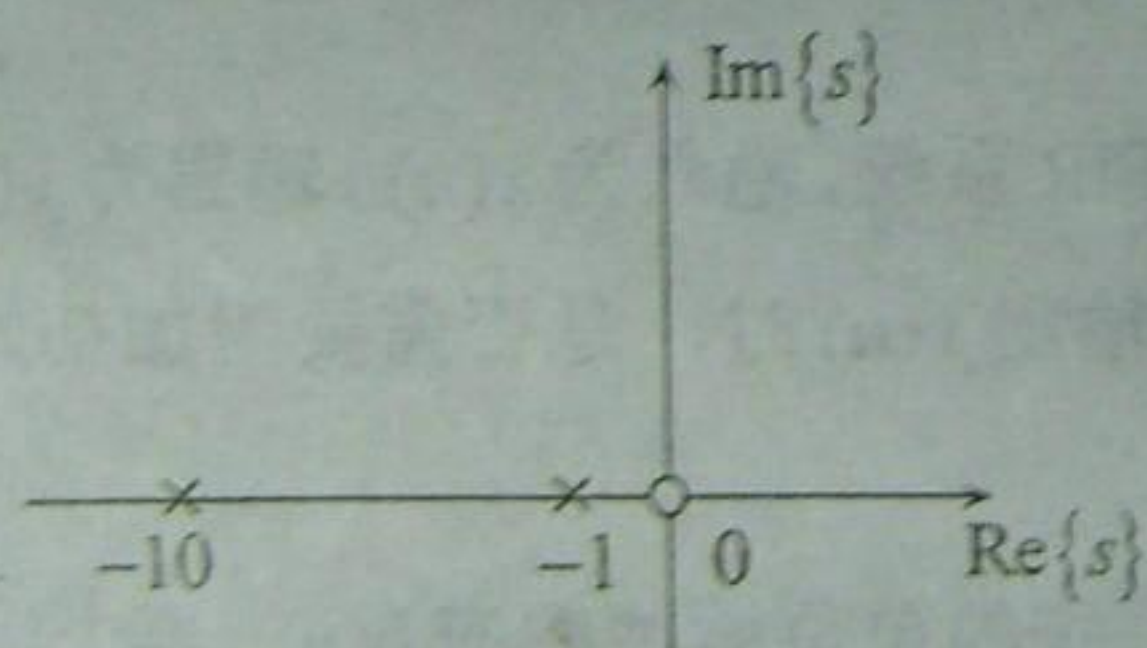


图 1 $H(s)$ 的零极点图

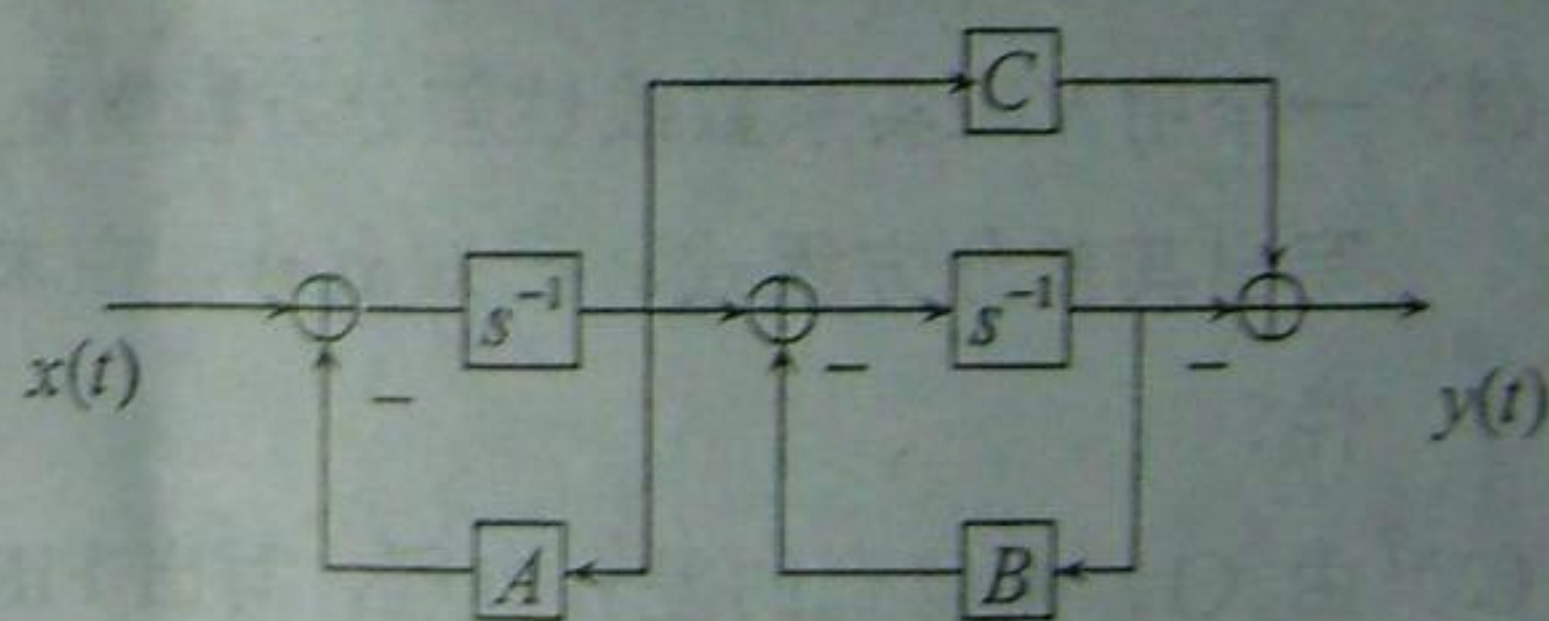


图 2 系统方框图

- (1) 若 $H(s)|_{s=-5} = \frac{1}{4}$, 确定系统函数 $H(s)$ 的表达式;
- (2) 确定图 2 中的实系数 A 、 B 、 C 的值;
- (3) 系统的收敛域有几种可能的形式? 并给出系统为因果稳定时的收敛域。
在系统为因果稳定条件下, 回答下列问题;
- (4) 求系统的单位阶跃响应 $s(t)$, 概画出 $s(t)$ 的波形;

2008 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

★ 答卷须知
试题答案必须书
写在答题纸上,在
试题和草稿纸上
答题无效。

科目代码: 826 科目名称: 信号处理导论

注: ω 为数字频率, Ω 为模拟频率。

(5) 若把此系统看作一个模拟滤波器,它属于哪种形式的滤波器(低通、高通、带通)?并用脉冲响应不变法把此模拟滤波器设计成数字滤波器(设抽样频率 $f_s = 100 \text{ Hz}$),得出数字滤波器的系统函数 $H(z)$ 。

五、(20 分) 已知离散时间序列

$$x_1(n) = n, \quad 0 \leq n \leq 2$$

$$x_2(n) = u(n) - u(n-4)$$

- (1) 直接求线性卷积 $y(n) = x_1(n) * x_2(n)$;
- (2) 计算 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的 5 点圆周卷积 $\hat{y}(n)$, 验证 $\hat{y}(n)$ 是否等于 $y(n)$;
- (3) 写出利用基-2FFT 计算 (1) 中线性卷积 $y(n)$ 的步骤;
- (4) 给出按时间抽取的基-2FFT 算法的蝶形公式和 $N = 8$ 点时的运算次数。

六、(20 分) 回答下列问题

- (1) 一个用 N 阶实系数线性差分方程描述的 FIR 系统, 输入为 $x(n)$, 输出为 $y(n)$, 写出其差分方程式。已知 $x(n)$, 在求解输出 $y(n)$ 时, 是否需要附加初始条件?
- (2) 由 (1) 中得到的差分方程, 写出 FIR 系统的单位脉冲响应 $h(n)$ (要求以序列形式表示) 和系统函数 $H(z)$;
- (3) FIR 系统较容易实现线性相位频率响应, 为此系统的单位脉冲响应应满足什么条件?
- (4) 用窗函数法设计线性相位 FIR 滤波器时, 常用的窗函数有哪些? 选择窗函数的类型及长度的依据是什么? 简述窗函数设计法的步骤。