# 1999年北京师范大学概率统计考研试题



一.(20分)

(1). r个人相互传球,从甲开始,每次传球时,传球者等可能地把球传给其余 r-1 人中的任何一个. 求第 n 次传球时仍由甲传出的概率.

(2). 从装有黑、白、红球各一个的袋中任意地摸球,每次摸后都把球放回袋中，直至三种颜色的球都至少摸到一次为止，求这时恰摸了 n(n≥3)次的概率.

二.(20分)



设随机变量 ξ 与 η 独立，分别服从正态分布 $N(m_1,\sigma_1^2)$ 与 $N(m_2,\sigma_2^2)$，求 $\zeta=(m_1-m_2\frac{\xi}{\eta})/\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2(\xi/\eta)^2}$ 的分布.

三.(15分)

(1).验证函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}\,x}e^{-\frac{(\ln x-a)^2}{2\sigma^2}}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$

为随机变量 ξ 的分布密度，并求 $P(|\xi|>e^a)$.

(2). 如果随机变量 ξ 的分布密度关于 x=a 对称, 即 $f(a+x)=f(a-x)$, 证明 ξ 的数学期望 $E\xi=a$.

四(15 分)

已知随机变量 (X,Y) 服从二维正态分布 $p(x,y)=\frac{1}{2\pi}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$, 试求随机变量 $Z=\sqrt{X^2+Y^2}$ 的密度函数和数学期望.

五(15 分)

随机变量 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是来自总体 X 的一个简单随机样本(即 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 相互独立, 与 X 同分布).

(1). 叙述统计量的概念, 举出两个例子来.



(2). 什么样的估计量称为"无偏估计量"?

(3). 证明 $S=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$, 其中, $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$ 是 DX 的无偏估计量.

六. (15 分)

设总体 X 具有分布密度函数 $p(x,a)=(a+1)x^a, 0<x<1$, 其中 $a>-1$ 是一个参数. $x_1,x_2,\cdots x_n$ 是一个简单随机样本, 试求参数 a 的极大似然估计和矩估计.