

- 一. (20分)
1. 证明下列两个命题公式等值.
 $(\neg(q \rightarrow p) \wedge p) \vee (p \wedge q \wedge r)$ 与 $p \wedge q \wedge r$.
2. 证明:
 $(\exists x F(x) \rightarrow \forall y (F(y) \vee G(y) \rightarrow R(y))) \wedge \exists x F(x) \Rightarrow \exists x R(x)$
- 二. (20分)
1. 证明整除关系是正整数集合上的偏序关系.
2. 证明正整数集合关于整除关系构成一个格.
3. 证明上述的格是分配格.
- 三. (20分)
1. T 是 n 点 m 边的图. 证明 T 是树, 即连通无回路 $\Leftrightarrow T$ 无回路, 且 $m = n - 1$.

2. 证明 $K_{m,n}$ 是 Hamilton 图 $\Leftrightarrow m \geq n$.

四.

(20分)

1. G 是群, 且 $\forall a \in G$ 有 $a^{-1} = a$, 证明 G 是交换群.

2. 证明: 有 8 个元的不可换群在同构意义下唯一.

五.

(20分)

比较器是有二个输入端、二个输出端的电路, 如图 (a), 输入的二个元中较大者从上面的输出端输出, 较小者从下面输出. 比较器网络是把若干比较器连在一起使之有 n 个输入, n 个输出. 输入的元素经过该网络后, 得到排序的输出. 图 (b) 是一个四输入的比较器网络, 能排序 4 个输入元. 请构造一个能排序 8 个输入元的比较器网络. (尽可能少用比较器).



(a) 比较器



(b) 比较器网络