北京师范大学
2003年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

专业：　　　　　　　　　　　　科目代码：315

研究方向：　　　　　　　　　　考试科目：高等数学（生地化素）

全部题的答案和计算过程请写在答题纸上，满分150分.

一、选择题(每题5分,共30分)

1 $\lim_{x\to\infty}[1-2/x]^{x+1}$ 的极限等于(　).

A. e^{-2}　　B. e^{-1}　　C. e　　D. e^2

2 设 $y=\sin^n x\cos nx$，则y的一阶导数 y'=(　).

A. $n\sin^{n-1}x\cos(n+1)x$　　B. $n\sin^n x\cos(n-1)x$

C. $n\sin^{n+1}x\cos(n+1)x$　　D. $n\sin^{n+1}x\cos(n-1)x$

3 设 $f(x)=-x+x^3/3$，则x=1是f(x)在[-2,2]上的(　).

A. 极小值点，但不是最小值点　　B. 极小值点，也是最小值点

C. 极大值点，但不是最大值点　　D. 极大值点，也是最大值点

4 设f(x)是连续函数，则 $\int_a^b f(x)dx-\int_a^b f(a+b-x)dx$ 等于（　）.

A. 0　　B. 1　　C. a+b　　D. $\int_a^b f(x)dx$

5 设常数 $k\neq0$,则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n k/n^2$ 是（　）.

A.绝对收敛　　B.条件收敛　　C.发散　　D. 敛散性与k有关

6 对 $y''+y=\sin x$，利用待定系数法求其特解 y^* 时，下面特解设法正确的是(　).

A. $y^*=a\sin x$　　B. $y^*=a\cos x$

C. $y^*=x(a\sin x+b\cos x)$　　D. $y^*=a\sin x+b\cos x$

二、填空题(每题6分,共30分)

7 设α和β是两个非零向量，λ是非零常数，若向量α+λβ垂直于向量β，则λ等于(　　　　).

8 设 $f(x)=2^x$, $g(x)=x^2$，则 $f'[g'(x)]$=(　　　　).

9 $\int_{-1}^{1}[\sin^5x+(1-x^2)^{1/2}]dx$ 等于（　　　　）.

10 以 $y=(c_1+c_2x)e^{2x}$ 为通解的二阶常系数齐次线性微分方程是(　　　　).

11 Gompertz方程 $dy/dx=rye^{-kx}$(r是常数，y>0)的通解为（　　　　）.

三、计算题(每题7分,共42分)

12 设 $\lim_{x\to+\infty}[-b-ax+(x^2+1)/(x+1)]=0$，求a,b.

13 设 $z=x^{\ln y}$，求 z''_{xy}.

14 计算 $\int[(x^2-1)^{1/2}/x]dx$

15 设函数y=y(x)由方程 $y^3=x+\arccos(xy)$ 所确定，求dy.

16 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty}n/(2+n^2)$ 的敛散性.

17 求抛物线 $y=2-x^2$ 与直线 $y=x(x\geq0)$,x=0围成的平面图形绕y轴旋转一周所生成的旋转体体积.

四、(12分)设z=f(x,y)是由F(x+mz,y+nz)=0确定，其中F是可微函数，m，n是常数，求 $mz'_x+nz'_y$.

五、(12 分)已知 $\int_0^x (x-t)f(t)dt=1-\cos x$,证明 $\int_0^{\pi/2} f(x)dx=1$.

六、(12 分) 设 $f(x)$是连续函数，由 $\int_0^x tf(t)dt=-x^2+f(x)$所确定，求 $f(x)$.

七、(12 分) (1)求由曲线 $y=e^x$ 及直线 $y=x,x=0,x=1$ 所围成的平面区域 D 的面积；

(2) 计算 $\iint_D ydxdy$, 其中 D 为(1)中的平面区域.