

北京师范大学
2004 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

专业：凝聚态物理学

科目代码：461

研究方向：凝聚态物理学专业各方向

考试科目：固体物理学

1. 填空题（每空 1 分，共 32 分）

- (1) 指出下列晶体的布拉伐格子：钠_____、铜_____、氯化铯_____、金刚石_____、硅_____。
- (2) 描述晶体宏观对称性的 8 种基本对称元素为_____、_____、_____、_____、_____、_____、_____、_____。
- (3) N 个原子组成的晶格常数为 a 的简立方晶体，单位 \bar{k} 空间可容纳的电子数为_____。
- (4) 对于体积为 V 的 NaCl 晶体，原胞体积为 Ω ，则该晶体包含的原胞数目为_____，晶格振动有_____支声频支、有_____支光频支，晶格振动的总模式数为_____。
- (5) 晶体结合的主要 4 种典型结合类型是_____、_____、_____、_____。
- (6) 下列物理量的实验测量方法：金属费米面_____、半导体中电子的有效质量_____，晶格振动谱_____。
- (7) 螺位错的位错线方向_____滑移方向；刃位错的位错线方向_____滑移方向。
- (8) 由 N 个原胞组成的晶体，不考虑能带交叠，则每个能带可容纳的电子数为_____。
- (9) 一个晶格常数为 a 的一维晶体电子势能 $V(x)$ 的傅立叶展开式前几项（单位为 eV）为
- $$V(x) = V_0 + 2 \exp\left(i \frac{2\pi}{a} x\right) + i \exp\left(i \frac{4\pi}{a} x\right) - i 2 \exp\left(i \frac{6\pi}{a} x\right) + \frac{1}{2} \exp\left(i \frac{8\pi}{a} x\right)$$
- 在近自由电子近似下，第一个禁带宽度 $E_{g1} =$ _____、第二个禁带宽度 $E_{g2} =$ _____。
- (10) 晶体中非简谐效应的两个典型例子是_____和_____。

2. (10 分) 计算正负相间等距排列的一维双离子链的马德隆常数。

3. (15 分) 长度为 L 的一维单原子链，原子质量为 m ，原子的平衡间距为 a ，设近邻原子之间的相互作用势能为 $U(a + \delta) = -A \cos \delta$ ，在简谐近似下表示为 $U(a + \delta) = -A(1 - \delta^2 / 2)$ ， δ 为两原子间距离的变化。其中 $A > 0$ 。求晶格振动的色散关系 $\omega(q)$ 。

科目代码: 461

考试科目: 固体物理学

4. (20分) 周期为 a 的一维晶体, 其电子能带函数为 $E(k) = \frac{W}{2}(1 - \cos ka)$, 计算
- (1) 能带底的能量和能带宽度; (2) 波矢 k 状态的电子速度;
- (3) 能带底处电子的有效质量; (4) 外加电场 F 作用下, 能带底处电子的加速度
- 其中 $W > 0$.
5. (10分) 证明倒格矢 $\vec{G}_h = h_1\vec{b}_1 + h_2\vec{b}_2 + h_3\vec{b}_3$ 垂直于面指数为 $(h_1h_2h_3)$ 的晶面.
6. (10分) 紧束缚近似下, 求出晶格常数为 a 的体心立方晶体 s 态电子的能带 $E_s(\vec{k})$ 表达式.
7. (15分) 一个二维晶格的原胞基矢为 $\vec{a}_1 = a\hat{i}$, $\vec{a}_2 = 2a\hat{j}$. 求出倒格子基矢、并作图画出第一布里渊区和第二布里渊区.
8. (10分) 画出导体、绝缘体、半导体的能带电子填充示意图; 用能带论解释和比较导体、绝缘体、半导体的导电性.
9. (10分) 分别写出二维正方形和长方形晶格的对称操作, 并比较二者的对称性高低.
10. (10分) 已知晶体晶格振动的德拜模型态密度为 $g(\omega) = 9N \frac{\omega^2}{\omega_D^3}$, ω_D 是德拜频率. 设晶

体中每个振子的零点振动能为 $\frac{1}{2}\hbar\omega$, 试用德拜模型计算整个晶体的零点振动能.

11. (8分) 电子在周期场中的势能函数为

$$V(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}m\omega^2[b^2 - (x - na)^2] & na - b \leq x \leq na + b \\ 0 & (n-1)a + b \leq x \leq na - b \end{cases}$$

其中 $a = 4b$, n 为整数, ω 为常数. 势能函数的傅里叶展开式为

$$V(x) = \frac{1}{6}m\omega^2b^2 + \sum_{l \neq 0} \frac{2m\omega^2b^2}{l^2\pi^2} \left(\frac{2}{l\pi} \sin \frac{l\pi}{2} - \cos \frac{l\pi}{2} \right) e^{iG_l x}$$

其中 $G_l = \frac{2\pi}{a}l$. 用近自由电子近似, 求出晶体电子的第一个和第二个带隙宽度.