

北京师范大学

2005 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

专业:

教育技术学院

科目代码: 310

研究方向:

考试科目: 高等数学(物理类)

【注意】答案写在答题纸上, 写在试题上无效。

一. 计算(每小题 10 分, 共 20 分)

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^6} - 1}{\int_0^{\sin^2 x} (1 - \cos t) dt}.$$

$$2. \int_0^{\pi} \frac{x \sin^3 x}{1 + \cos^2 x} dx.$$

二. (15 分) 证明不等式: 当 $x > 0$ 时, $\ln(1+x) > \frac{\arctan x}{1+x}$.三. (15 分) 设 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上连续. 证明: $\int_0^1 f(x) dx \int_0^1 f(x) dx - \frac{1}{2} \left(\int_0^1 f(x) dx \right)^2$.四. (20 分) 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(n + \frac{1}{n} \right) \frac{1}{2^n}$ 的和.五. (20 分) 证明 $L_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$, $L_2: x-1 = y+1 = z-2$ 是异面直线, 并求公垂线方程及公垂线的长.六. (20 分) 点 $P(x, y)$ 在连接两点 $A(0, 1)$, $B(1, 0)$ 的上凸的弧上, 且满足弧与弦 AP 所围成的面积为 x^3 . 求此弧的方程.七. (20 分) 讨论下面含有参数 λ 的线性方程组的解:

$$\begin{cases} \lambda x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + (3 + \lambda)x_2 - 4x_3 = 2, \\ -2x_1 - 4x_2 + (3 + \lambda)x_3 = \lambda - 3. \end{cases}$$

八. (20 分) 设二次型 $q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1x_2 + 2x_2x_3 + 2x_3x_1$. 用正交变换的方法将其化为标准型.