

北京师范大学
2005 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

专业：

科目代码：315

研究方向：

考试科目：高等数学(生地化类)

全部题的答案和计算过程请写在答题纸上，满分 150 分。

一、选择题(每题 5 分,共 50 分)

- 1 $\lim_{x \rightarrow \infty} [(1-x)/(1+x)]^{1/x}$ 的极限=().
A. e^{-2} B. e^{-1} C. e D. e^2
- 2 $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1/x)^{\sin x}$ 的极限=().
A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
- 3 设 $z=(x\cos y-y\cos x)/(1+\sin x+\sin y)$, 在 $(0,0)$ 点, z 对 x 的偏导数值是().
A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
- 4 $\lim_{n \rightarrow \infty} 3[1+2^2+\dots+(n-1)^2]/n^3=()$.
A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
- 5 设 $f(x)$ 是连续函数, 则 $\int_{-1}^1 (1-1/t^2)f(t+1/t)dt=()$.
A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
- 6 广义积分 $\int_{-\infty}^{\infty} dx/(x\ln^2 x)$ 的值是().
A. 3 B. 2 C. 1 D. $1/2$
- 7 不定积分 $\int \tan^3 x dx=()$.
A. $x-5\tan x+\tan^3 x/5+c$ B. $x+5\tan x+\tan^3 x/5+c$
C. $x-\tan x+\tan^3 x/3+c$ D. $x-\tan x-\tan^3 x/3+c$
- 8 已知三角形的顶点是 $A(2, -1, 3)$, $B(1, 1, 1)$, $C(0, 0, 5)$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是().
A. $2/9$ B. $9/2$ C. $5/3$ D. $3/5$
- 9 微分方程 $y''-2y'-3y=e^{-x}$ 的通解是().
A. $y=c_1e^{-x}-c_2e^{3x}-xe^{-x}/4$ B. $y=c_1e^x+c_2e^{-3x}-e^{-x}/4$
C. $y=c_1e^{-x}-c_2e^{3x}+xe^{-x}/2$ D. $y=c_1e^x+c_2e^{-2x}+e^{-x}/2$
- 10 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$ 的和函数是().
A. $(1-x)^{-2}$ B. $(1-x)^{-1}$ C. $(1+x)^{-2}$ D. $(1+x)^{-1}$
- 二、填空题(每题 5 分,共 25 分)
- 11 $\int (\sin x/x) dx=()$.
- 12 设 $z=f(y/x)$ 是可微函数, 则 $xz_x'+yz_y'=()$.
- 13 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} [(2n-1)(2n+1)]^{-1}$ 是().
- 14 以 $y=(c_1+c_2x)e^x$ 为通解的二阶常系数齐次线性微分方程是().
- 15 函数 $f(x,y)=e^{2x}(x+2y+y^2)$, 则 $f(x,y)$ 的极()值点为().

三、计算和证明题(每题 7 分, 共 35 分)

16 设 $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$, 求 dy/dx , d^2y/dx^2 .

17 求由方程 $\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z = 1$ 所确定的函数 $z = f(x, y)$ 的全微分.

18 设 $u = f(x+y, xy)$ 有二阶连续偏导数, 求 u'' .

19 计算 $\int e^{-x} \arctan e^x dx$.

20 设 $F(x)$ 是连续函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的一个原函数, 证明 $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

四、计算题(每题 10 分, 共 40 分)

21 设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} [(x^{2n+1} + ax^2 + bx) / (x^{2n} + 1)]$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 试确定常数 a 和 b .

22 设 $f(x)$ 是连续函数, 且满足 $f(x) = 3x^2 - x \int_0^1 f(x) dx$, 求 $f(x)$.

23 要做定体积为 V 的无盖圆柱茶缸, 要使其表面积最小, 问茶缸的底半径 r 和高 h 应是多少?

24 求球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$ 与圆柱面 $x^2 + y^2 = 2ax$ 所包围的含在柱体内的部分的体积.