北京师范大学
2005年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

专业：系统理论、系统分析与集成、系统工程 科目代码：488
研究方向： 考试科目：运筹学

说明：答卷写在答题纸上，写在试题上无效。

一 简答题（共30分，每小题3分）：

1 线性规划模型中增加一个约束条件，在一般情况下可行域的范围将缩小，对否？

2 线性规划中当原问题为无界解时，其对偶问题无可行解，这一判断对否？

3 已知 y^* 为线性规划对偶问题的最优解，若 $y^*_i=0$，说明在最优生产中第 i 种资源一定会剩余，这一结论对否？

4 在运输问题中，只要任意给出一组含(m+n−1)个非零的 $\{x_{ij}\}$，且满足 $\sum_{i=1}^{m} x_{ij}=b_j,\sum_{j=1}^{n} x_{ij}=a_i$，就可以作为一个初始基可行解，这一判断对否？

5 用分支定界法求解一个极大化的整数规划问题，当得到多于一个可行解，通常其中任一个作为下界值，再进行比较剪枝，这一说法是否正确？

6 在有约束极值问题中，需区别不起作用约束与起作用约束，请对这两个概念做简要说明。

7 在动态规划基本方程中，凡子问题具有叠加性质的，其边界条件取值均为零，这种说法是否正确？

8 在任一图 G 中，当点集 V 确定后，树图是 G 中边数最少的连通图，这种说法对吗？

9 排队系统中，顾客等待时间的分布不受排队服务规则的影响，这种说法对吗？

10 矩阵对策中当局势达到平衡时，任何一方单方面改变自己的策略（纯策略或混合策略）将意味着自己更少的赢得或更大的损失。这种说法对否？

二 下表为某求极大值线性规划问题的初始单纯形表及迭代后的表，x_4、x_5 为松弛变量。试填充表中空白处的值及求各变量下标 m~t 的值。（共15分）

X_B	b	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
X_m	6				1	0
X_n	1	-1	3		0	1
C_j-z_j			1	-2	0	0
X_s			2	-1	1/2	0
X_t	4			1	1/2	1
C_j-z_j		0	7			

三 已知线性规划问题：

$$\max\ z=x_1+2x_2+3x_3+4x_4$$

$$\begin{aligned} s.t.\quad & x_1+2x_2+2x_3+3x_4\le 20 \\ & 2x_1+x_2+3x_3+2x_4\le 20 \\ & x_1,x_2,x_3,x_4\ge 0 \end{aligned}$$

请写出其对偶问题。如果对偶问题的最优解为 $y_1=1.2$ 、$y_2=0.2$，试根据松弛互补条件求出

原问题的最优解。（共 15 分）

四 已知某运输问题的供需关系及单位运价如下表，用表上作业法找出最优调运方案。（共 10 分）

产地＼销地	B_1	B_2	B_3	产量
A_1	4	2	5	8
A_2	3	5	3	7
A_3	1	3	2	4
销量	4	8	5	

五 用匈牙利法求解下面指派问题。（共 10 分）

$$\begin{bmatrix} 7 & 9 & 10 & 12 \\ 13 & 12 & 16 & 17 \\ 15 & 16 & 14 & 15 \\ 11 & 12 & 15 & 16 \end{bmatrix}$$

六 判定下述非线性规划是否为凸规划。（共 10 分）

$$\max \quad f(\vec{x}) = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 + x_1x_2 + 1$$
$$g_1(\vec{x}) = 3x_1 + 5x_2 - 4 \ge 0$$
$$g_2(\vec{x}) = 3x_1^2 + x_2^2 - 12x_1x_2 - 8x_2 + 10 \ge 0$$
$$x_1, x_1 \ge 0$$

七 试用库恩-塔克（Kuhn-Tucker）条件求解下列非线性规划。（共 15 分）

$$\max \quad f(\vec{x}) = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2$$
$$4 - x_1 - x_2 \ge 0$$
$$x_1, x_1 \ge 0$$

八 某商店一年分上、下半年两次进货，上、下半年的需求情况是相同的，需求量服从均匀分布，其概率密度函数为

$$f(y) = \begin{cases} 1/10 & 20 \le y \le 30 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

其进货价格及销售价格在上、下半年中是不同的，分别为 $q_1 = 3, q_2 = 2; p_1 = 5, p_2 = 4$。年底若有剩货时，以价格 $p_3 = 1$ 处理出售可以清理完剩货。设年底存货为 0，若不考虑存贮费用及其开支，试对两次进货量以满足最大利润建立动态规划模型。（共 15 分）

九 某公司了解到竞争对手将推出一种具有很大市场潜力的新产品，该公司正在研制性能

类似产品并接近完成，为此公司决定加快研制进程。已知该产品投入市场前尚有4个阶段工作，下面给出各阶段工作在正常情况、采取应急措施和特别措施时的时间（以周为单位）及相应的费用（以万元为单位），假设允许最大投入费用为30万元，试求（1）把问题归为求最短路问题，画出相应网络图；（2）应用 Dijkstra 算法找出最佳的剩余阶段研制开发方案。（共15分）

措施 \ 阶段	1	2	3	4
正常	5			
应急	4	3	5	2
特殊	2	2	3	1

单位：周

措施 \ 阶段	1	2	3	4
正常	3			
应急	6	6	9	3
特殊	9	9	12	6

单位：万元

十　一个有2名服务员的排队系统，该系统最多容纳4名顾客。当系统处于稳定状态时，系统中恰好有 n 名顾客的概率为 $p_0=1/16, p_1=4/16, p_2=6/16, p_3=4/16, p_4=1/16$。试求：（1）系统中的平均顾客数 L_s；（2）系统中平均排队的顾客数 L_q；（3）某一时刻正在被服务的顾客的平均数；（4）若顾客的平均到达率为2人/小时，求顾客在系统中的平均逗留时间 W_s；（5）若2名服务员具有相同的服务效率，利用（4）的结果求服务员为1名顾客服务的平均时间 $(1/\mu)$。（共15分）