

北京师范大学
2005 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

专 业：生态学

科目代码：354

研究方向：生物信息学/分子进化与比较基因组学

考试科目：离散数学

【注意】 答案写在答题纸上，不必抄题，但要写清题号，答案写在试题上无效。

一、 判断题：(30 分)

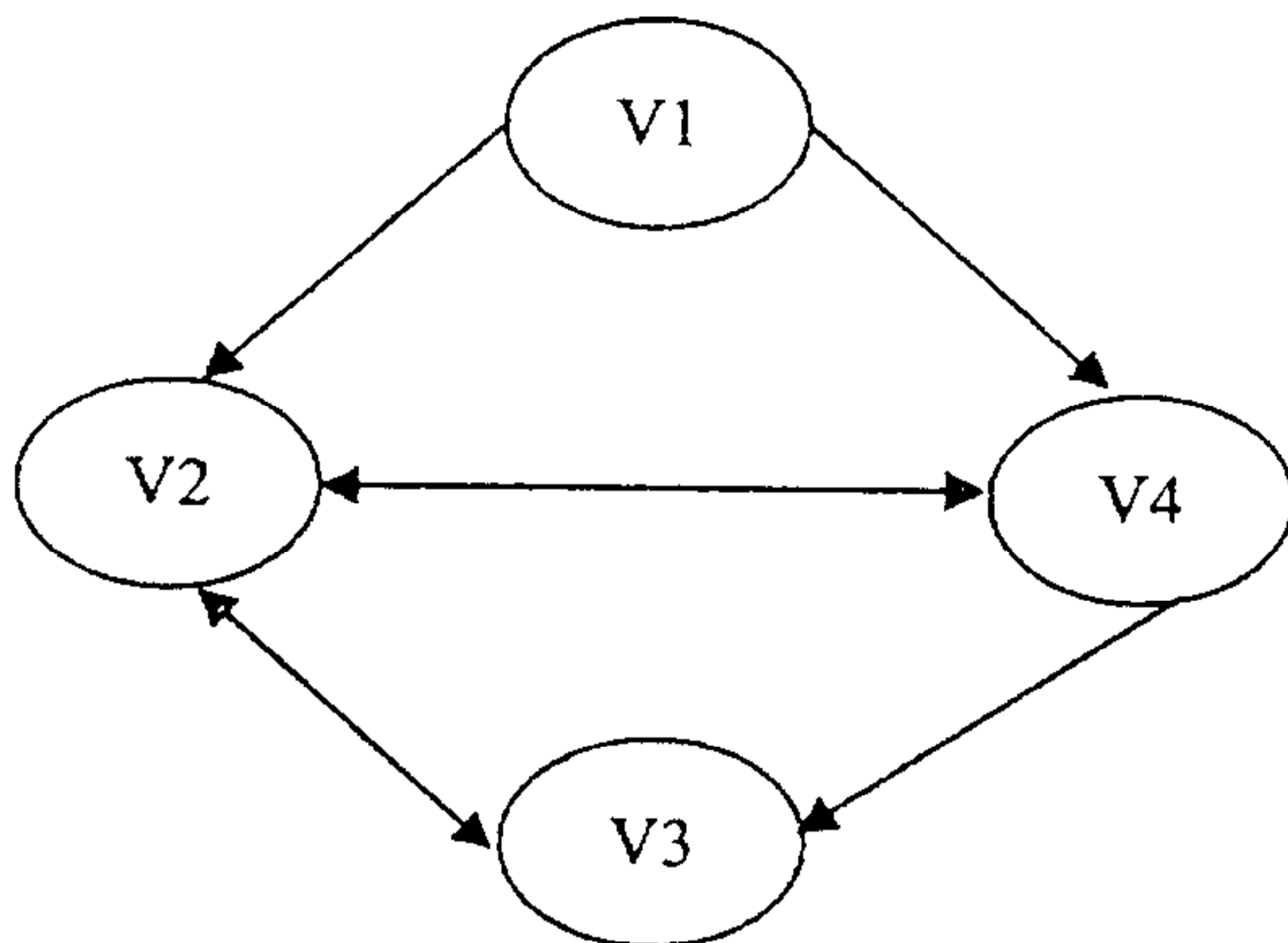
- 1.1) 设 R, S 是集合 A 上的关系，若 R, S 是自反的，则 $R \circ S$ 也是自反的。
- 1.2) 图的邻接矩阵是对称矩阵。
- 1.3) 树的每条边都是割边。
- 1.4) 对于集合 A, B, C ，若 $A \subseteq B, B \subseteq C$ ，则 $A \subseteq C$ 。
 $\{0,2\} \subseteq \{0,3\} \subseteq \{0,2,3,4\}$
- 1.5) 对任意命题公式 A, B, C ，若 $A \vee C \Leftrightarrow B \vee C$ ，则 $A \Leftrightarrow B$ 。
- 1.6) 公式 $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$ 的类型为重言式。

二、 填空题：(30 分)

- 2.1) 集合 $\{\emptyset, \{a\}\}$ 的幂集为 ()。
- 2.2) 完全二部图 $K_{r,s}$ 中，边的条数为 ()。
- 2.3) 设集合 A 有 n 个元素，则 A 上可以有 () 种不同的二元关系。
- 2.4) 半群、独异点、广群和群之间的关系为 ()。
- 2.5) 给定两个有限集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ， $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ ， R 为从 X 到 Y 的一个二元关系，则对应于 R 的关系矩阵 M_R 为 ()。
- 2.6) 一个 n 阶连通图 G 至多有 () 个割点。

三、计算题: (30分)

3.1) 写出有向图 G 的邻接矩阵, 并利用该矩阵计算出从 v_1 到 v_4 长度分别为 2 和 4 的路径数。



3.2) 求 $\neg((P \wedge Q) \vee R) \rightarrow R$ 的主合取范式和主析取范式。

四、证明题: (60分)

4.1) 在简单平面图 G 中, 至少有一个度数小于等于 5 的顶点。

$V \geq 6$
 $5V < 2E$
 $E > \frac{5}{2}V$

4.2) 在任何一个由 6 人组成的小组中, 存在 3 个人相互认识或者三个人相互不认识。

4.3) 设 $\langle H, * \rangle$ 是群 $\langle G, * \rangle$ 的一个子群, 那么

• $R = \{ \langle a, b \rangle \mid a \in G, b \in G, \text{且 } a^{-1} * b \in H \}$ 是 G 中的一个等价关系。

• 对于 $a \in G$, 定义 $[a]_R = \{ x \mid x \in G \text{ 且 } \langle a, x \rangle \in R \}$, 则 $[a]_R = aH$ 。

• 如果 G 是有限群, 记 $|G| = n, |H| = m$, 则 $m \mid n$ 。