北京师范大学
2006 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

专业 ：

研究方向 ：

科目代码：315

考试科目：高等数学(生地化类)

全部题的答案和计算过程请写在答题纸上，满分 150 分.

一、 选择题(每题 5 分，共 55 分).

1 设 $\alpha=\{1, 0, -1\}$，$\beta=\{2, -1, 1\}$，则 $\alpha\times\beta=($　　$)$.

A. 1　　B. −1　　C. {−1, −3, −1}　　D. {−1, 3, −1}

2 广义积分 $\int_{-1}^{1}x^{-2}dx=($　　$)$.

A. 2　　B. −2　　C. 0　　D. 发散

3 两条抛物线 $y=x^2$ 与 $x=y^2$ 所围成的图形的面积 $A=($　　$)$.

A. 1/3　　B. 1/2　　C. 3　　D. 2

4 当 $x\to\pi/2$ 时，函数 $(\sin x)^{\tan x}\to($　　$)$.

A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. 0

5 当 $n\to\infty$ 时，数列 $(p+1)[1+2^p+\cdots+n^p]/n^{p+1}$ 的极限=(　　).

A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. 0

6 摆线 $x=a(t-\sin t)$，$y=a(1-\cos t)$ 的一拱 $(0\leqslant t\leqslant 2\pi, a>0)$ 之弧长是（　　）.

A. 6a　　B. 7a　　C. 8a　　D. 9a

7 两直线 $(x-1)=(-y/4)=(z+3)$ 与 $(x/2)=[-(y+2)/2]=(-z)$ 的夹角为(　　).

A. π/2　　B. π/3　　C. π/4　　D. π/6

8 设 $f'(\sin^2x)=\cos^2x$ $(0\leqslant x\leqslant 1)$，且 $f(0)=0$，则 $f(x)=($　　$)$.

A. $x+x^2/2$　　B. $\sin x+0.5\sin^2x$

C. $x-x^2/2$　　D. $\sin x-0.5\sin^2x$

9 设 $I=\int_0^1x^4(1+x)^{-1/2}dx$，则 I 的值(　　).

A. $0\leqslant I\leqslant 2^{1/2}$　　B. $1/5\leqslant I\leqslant 1$　　C. $1/6\leqslant I\leqslant 1/5$　　D. $1/6\leqslant I\leqslant 1/4$

10 对微分方程 $y''+3y'+2y=e^{-x}$，利用待定系数法求其特解 y^* 时，特解设法正确的是(　　).

A. $y^*=Ae^{-x}$　　B. $y^*=Axe^{-x}$　　C. $y^*=(Ax+B)e^{-x}$　　D. $y^*=Ax^2e^{-x}$

11 在曲线 $y=4-x^2$ $(x>0)$ 上求一点 P=(　　)，使过 P 点的切线在两个坐标轴上的截距相等.

A. (1/2, 13/4)　　B. (1/2, 1/2)　　C. (1/2, 15/4)　　D. (1/3, 15/4)

二、填空题(每题 5 分，共 20 分)

12 $y=(\cos x)^{\sin x}$ 的一阶微分 $dy=$(　　　　).

13 过点 A(0, 2, 4)且与两平面 $x+2z-1=0$，$y-3z-2=0$ 平行的直线方程是(　　　　).

14 内接与半径为 a 的球且有最大体积的长方体的长=(　　)，宽=(　　)，高=(　　).

15 被积函数是 $\sin y/y$，积分区域为直线 $y=x$ 与抛物线 $y=x^{1/2}$ 所围的区域的二重积分为(　　　　).

三、计算和证明题(每题 7 分，共 35 分)

16 设 $x=a(t-\sin t)$，$y=a(1-\cos t)$，求 dy/dx，d^2y/dx^2.

17 设 $u=e^{ax}(y-z)/(1+a^2)$，$y=a\sin x$，$z=a\cos x$，求 du/dx.

18 将 $\int_0^x \exp(-t^2)/(2\pi)^{1/2}dt$ 展开成 x 的幂级数($\exp(t)=e^t$)，并求展开式成立的区间.

19 计算不定积分 $\int(\sin x\cos^4 x)^{-1}dx$.

20 设 f(x)是定义在[a, b]上的连续函数，$g(x)=\int_a^x f(t)dt$，证明 $g'(x)=f(x)$.

四、计算题(每题 10 分，共 40 分)

21 求 $x\to0$ 时，函数 $[(a^x+b^x+c^x)/3]^{1/x}$ 的极限 ($a>0, b>0, c>0$).

22 设积分区域 D 为圆 $x^2+y^2=1$ 所包含在第一和第二象限的区域，计算被积函数 $f(x, y)=\ln(1+x^2+y^2)$ 的二重积分.

23 设方程 $dN/dt=rN(1-N/K)$ (r, K 是常数，$K>N>0$)，求在给定初始条件：$t=1$，$N=1$ 时的特解.

24 设 $f(x)=\sin x+\int_0^x tf(t)dt-\int_0^x xf(t)dt$，其中 f(x)是连续函数，求 f(x).