

2000年中国人民大学线性代数考研试题  
 考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

试题:

一. (15分) 设  $A_{p,p} = (B_{p,n}, C)$  为实矩阵, 证明

$$|A|^2 \leq |B'B| \cdot |C'C|.$$

二. (15分) 设  $A, B$  都为  $n$  阶方阵, 证明

如果  $AB=0$ , 那么  $\text{rank}(A) + \text{rank}(B) \leq n$ .

三. (15分) 设  $A$  为  $n$  阶实对称矩阵, 且  $|A| < 0$ , 证明必存在实  $n$  维向量  $x \neq 0$ , 使  $x'Ax < 0$ .

四. (15分) 若方阵  $\begin{pmatrix} A & C \\ C' & B \end{pmatrix}$  正定, 证明  $B - C'A^{-1}C$  也正定.

五. (20分) 证明:  $n$  个线性无关的向量  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  成为  $n$  维酉空间的一组标准正交基的

充要条件为对任一  $X = \sum_{i=1}^n \xi_i \alpha_i$ , 必有  $\xi_j = |X| \cos(X, \alpha_j) = (X, \alpha_j)$

( $j=1, 2, \dots, n$ ).

六. (20分) 设  $T$  是线性空间  $V$  的一线性变换, 试证  $TV$  与  $T^{-1}(0)$  皆是  $V$  的子空间.