

1999 年清华大学量子力学考研试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

1. (25 分) 设粒子在一个球对称方势阱中运动:

$$U(r) = \begin{cases} 0, & (0 < r < r_0) \\ U_0 (> 0), & (r > r_0) \end{cases}$$

问: 只考虑 S 态, 粒子质量 m 、势阱半径 r_0 和势阱高度 U_0 需要满足什么条件, 这个势阱中才可能存在至少一个束缚态? (提示: 先假设在 $E \in (0, U_0)$ 中存在束缚态, 导出 E 所满足的方程, 再考察该方程在什么参数条件下才有解。)

2. (25 分) 已知一个一维运动粒子的波函数是:

$$\psi(x) = C e^{-\alpha|x|}, \quad (x \in (-\infty, +\infty), \alpha > 0)$$

求粒子在这个状态下的动量平均值 \bar{p} 和动量不确定度 $\sqrt{(\Delta p)^2}$ 。(提示: 注意在 $x = 0$ 处 $\psi(x)$ 的一阶导数是不连续的。)

3. (25 分) 设一个量子系统有两个能量简并的状态 ψ_1 和 ψ_2 。从 $t = 0$ 的时候开始, 有一个外加扰动 H' 施加于这个系统。在 $\{\psi_1, \psi_2\}$ 的表象中, H' 的矩阵是:

$$H' = \begin{pmatrix} 0 & \epsilon \\ \epsilon & 0 \end{pmatrix}, \quad (\epsilon > 0 \text{ 是常数})$$

如果 $t = 0$ 时系统处在状态 ψ_1 ，问它在 $t(> 0)$ 时刻仍然处在 ψ_1 的几率是多大？

4. (25 分) 设一个电子是在 (θ, φ) 方向上极化的 (就是说，它处于自旋在 (θ, φ) 方向上的投影 $= \hbar/2$ 的本征态)，问它的自旋在 X 方向上的投影 $= \hbar/2$ 的几率是多大？ Pauli 矩阵是：

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

(完)