

## 北京大学 1998 年研究生入学考试试题

考试科目: 高等数学

招生专业: 各专业

指导教师:

试 题:

考试时间: 1月17日上午

研究方向: 各方向.

1. 叙述下列概念的确切定义:

a. 反函数; (5分)

b. 一元函数的连续性; (5分)

c. 微分; (5分)

d. 函数项级数的一致收敛性; (5分)

2. 作函数  $y = \frac{x^4}{(1+x)^3}$  的图并. (15分)

3. 作曲线  $\begin{cases} (x-2)^2 + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 16 \end{cases}$  的图并; 并求该曲线在点

$(2, 2, 2\sqrt{2})$  的切线方程与法平面方程或 (在题设条件下可不作图). (15分)

4. 求下列积分:

a.  $\int x^x (1 + \ln x) dx$ ; (4分)

b.  $\int \frac{dx}{x(x^6 - 9)}$ ; (4分)

c.  $\int \sin^2 x \cos x dx$ ; (6分)

d.  $\iint_{|x|+|y| \leq 1} (|x|+|y|) dx dy$ . (6分)

5. 求由下列曲面:  $z = y^2, (y \geq 0), z = 4y^2, (y \geq 0), z = x, z = 2x, z = 4$  所围成区域  $V$  的体积. (8分)



## 6. 判定级数

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n+102}$$

的敛散性. (10分)

## 7. 求解初值问题:

$$\begin{cases} y''' - y = e^x, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 0, \\ y''(0) = 1. \end{cases}$$

(在职考生只要求出方程式  $y''' - y = e^x$  的通解即可) (12分).