

启用前机密

北京大学 1999 年研究生入学考试试题

考试科目: 量子力学

考试时间: 99.2.1 上午

招生专业: 电子离子与真空物理、无线电物理

研究方向:

指导老师:

试题:

一、(25 分) 简要回答以下问题:

- (1) 试述“不确定原理”(测不准关系), 说明其意义.
- (2) 试述“态的叠加原理”, 说明其意义.
- (3) 全同粒子有什么特点? 对波函数有什么要求? 举例说明之.

二、(10 分)

已知在 \hat{l}_1^2 和 \hat{l}_2^2 的共同表象中, $\hat{l}_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 试求其本征值和本征函数.

并写出在自身表象中的矩阵表示.

三、(15 分)

一个原子在 Z 向磁场 B 中, 除了能级的塞曼分裂外, 还受到 $\Delta \hat{H}_d$ 的微扰.

$$\Delta \hat{H}_d = \frac{\mu_B^2}{2e^2 a_0} B^2 r^2 \sin^2 \theta \quad (c.g.s.)$$

(1) 已知 H 原子基态, $\Psi(1s) = \sqrt{\frac{1}{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}$, 求一级微扰能 ΔE_d .

(2) 估计这项修正的量级 (设 $B = 10^4$ 高斯), 与塞曼分裂 ($\mu_B B$ 量级) 比较.

(3) 分析这个修正的物理意义.

四、(15 分)

氢原子基态 $1^2S_{1/2}$, 氢原子核的自旋 $I = 1/2$ | 核自旋与电子相互作用,

使能级产生超精细分裂. 已知相互作用哈密顿量是

$$\Delta \vec{H} = A \vec{I} \cdot \vec{J} \quad \text{式中 } \vec{I}, \vec{J} \text{ 分别是核自旋角动量和电子总角动量. } A \text{ 是常数}$$

(1) 用 IjF 表象求一级微扰能, $(\vec{F} = \vec{I} + \vec{J})$

(2) 用 $I = 1/2, j = 1/2$, 求基态 $1^2S_{1/2}$ 能级的超精细分裂, 并作图表示

之.

五、(15分)

在一维无限深势阱 $V(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a \\ \infty & x < 0, x > a \end{cases}$ 中

(1) 求一个粒子在此势阱中的能量本征值及相应的本征函数。

(2) 一个粒子开始时处于基态，如突然使势阱宽度扩展为 $2a$ ，问该粒子在扩展后仍处于基态的几率是多少？

六、(20分)

一个二能级系统为右图，用圆频率为 ω_0 的光去照射，引起受激跃迁。

体系的波函数为

$\Psi = a_1 e^{-j\omega_1 t} |1\rangle + a_2 e^{-j\omega_2 t} |2\rangle$ 相互作用哈密顿量为

$$\hat{H} = -\vec{\mu} \cdot \vec{E} = -\frac{1}{2} \vec{\mu} \cdot \vec{E}_0 (e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t})$$

(1) 用含时薛定谔方程求 t 时刻粒子处于 $|2\rangle$ 态的几率，证明

$$|a_2(t)|^2 = \sin^2 Vt, \quad V = \frac{\vec{\mu}_{12} \cdot \vec{E}_0}{2\hbar}, \quad \text{初条件为 } t=0 \text{ 时，粒子处于 } |1\rangle \text{ 态。 (注：忽略}$$

$e^{j2\omega_0 t}$ 项，又 $\vec{\mu}_{12} = \vec{\mu}_{21}$)

(2) 定性分析这个结果的物理意义。

