

启用前机密 北京大学 2001 年硕士研究生入学考试试题

考试科目: 量子力学

考试时间: 1月14日下午

招生专业: 物理系各专生

研究方向: 各研究方向

题号	一	二	三	四	五	六	总分
成绩							

一. (28 分) 请回答下列问题:

- $\hbar = ?$
- 设一粒子在球面上运动, 它处于状态 $Y_{lm}(\theta, \varphi)$, 计算
 - 在 $(\theta, \theta + d\theta)$ 区间中测得粒子的几率;
 - 在 $(\varphi, \varphi + d\varphi)$ 区间中测得粒子的几率.
- 在有心力场中, 粒子处于定态, 轨道角动量是否有确定值?
- $[P_x^{-n}, x] = ?$
- 写出坐标的本征态 (本征值为 x_0) 在动量表象中的表示及动量的本征态 (本征值为 p_0) 在坐标表象中的表示;
- 若在 Schrodinger picture 中, $\hat{H} = \omega_0 \hat{L}_z$, 试给出 $(\hat{L}_x)_{\text{Heisenberg}}$.
- 设粒子波函数为 $\psi(x, t)$, 写出粒子几率守恒的微分表达式.
- 给出跃迁的 Golden rule 公式, 简单说明式中各个因子的含义.

二. (14 分) 设有两个质量为 m 的一维全同粒子, 它们之间的相互作用为

$$\frac{1}{2}a(x_1 - x_2)^2 (a > 0),$$

- 若粒子自旋为 0, 写出它们的相对运动的基态能量和波函数;
- 若粒子自旋为 $\hbar/2$, 写出它们的相对运动的基态及第一激发态的能量和波函数.

三. (16 分) 如粒子处于下列位势中

$$V = \begin{cases} \infty & x \geq a \\ 0 & 0 < x < a \\ \infty & x = 0 \\ 0 & -a < x < 0 \\ \infty & x \leq -a \end{cases}$$

求粒子在这位势中的本征值, 本征函数。

四. (16 分) 假设 $\underline{S}_1, \underline{S}_2$ 为两个自旋为 $\hbar/2$ 的非全同粒子的自旋算符,

a. 由非耦合态 $\alpha(1)\alpha(2), \alpha(1)\beta(2), \beta(1)\alpha(2)$ 和 $\beta(1)\beta(2)$ 构成它们的

归一化的自旋 $\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2$ 为 $S=1, M=0, \pm 1$ 及 $S=0, M=0$ 的耦合态:

b. 求 $(S_{1z} - S_{2z})|SM\rangle = ?$

c. 如 $\hat{H} = A\hat{S}_1 \cdot \hat{S}_2 + B(S_{1z} - S_{2z})$, 求该体系的能量:

d. 请给出 $A=0, B \neq 0$ 时的归一化的本征态.

五. (13 分) 假设氢原子的位能项 $-\frac{e^2}{r}$ 被 $-\frac{e^2}{r} e^{-\frac{r}{a}}$ ($a \gg a_0$, a_0 为 Bohr 半

径) 所取代, 试求氢原子的基态能量修正 (准至 a^{-1}).

六. (13 分) 质量为 m 的粒子在位势

$$V = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ cx^2 & x > 0, c > 0 \end{cases}$$

中运动,

a. 试利用变分法估计体系基态能量 (试探波函数可取正比于 $xe^{-\alpha x}$, α

为变分参量);

b. 它是精确解的上限还是下限? 你能给出精确的基态能量吗?