西北師範大學

硕士研究生入学统一考试

《高等代数》科目大纲

（科目代码：812）

学院名称（盖章）：数学与信息科学学院

学院负责人（签字）：张贵仓

编 制 时 间：2010 年 12 月 28 日

《高等代数》科目大纲

（科目代码：812）

一、考核要求

高等代数是中学代数的继续和提高，是数学与应用数学专业的一门重要基础课，对数学专业后继课程的学习至关重要，它的思想和方法已经渗透到数学的各个领域。高等代数的全部内容分两大部分，多项式理论和线性代数理论。其中线性代数理论显得十分重要，不仅在自然科学的各分支有着重要应用，而且在社会科学领域中也有着广泛的应用。高等代数课程的考核，以其基本理论和方法为主，考核学生对从特殊到一般，从具体到抽象的思想方法的掌握情况，考核学生对基础知识的掌握情况，考核学生是否具有严密的逻辑推理能力， 考核学生应用所学知识解决某些实际问题的能力。

二、考核评价目标

高等代数课程重点考核学生对理论基础知识掌握的情况及分析解决某些实际问题能力。通过考核，选拔出具有较好的数学功底的学生来攻读数学学科的硕士研究生。考核评价目标应使录取的研究生具有较扎实与系统的从事数学的进一步学习及科研工作所需的高等代数知识。

三、考核内容

第一章　基本概念

第一节　集合与映射

主要考核单射、满射、双射及的概念及可逆映射的基本性质。

第二节　数学归纳法

主要考核第一数学归纳法和第二数学归纳法原理。

第三节　整数的整除性质

主要考核带余除法、素数、合数、最大公因数等概念及性质。

第四节　数环与数域

主要考核数环、数域这两个基本概念及二者之间的关系

第二章 多项式

第一节 一元多项式的定义及运算

考核多项式的加法、减法与乘法运算，给出多项式次数的定义，零次多项式与零多项式。

第二节 多项式的整除性

考核带余除法定理，它是多项式理论的核心内容。

第三节 最大公因式

考核最大公因式的概念、求法，特别是辗转相除法，另外考核多项式互素的概念和判断互素的充分必要条件。

第四节 多项式的分解

考核多项式因式分解的思想。

第五节 重因式

考核多项式重因式的概念、有无重因式的充分必要条件。

第六节 多项式函数 多项式的根

考核多项式的函数的观点与形式观点统一的思想。

第七节 复数域和实数域上的多项式

考核系数在复数域上和系数在实数域上的多项式的特点，考核复系数多项式只有一次的是不可约的，而实系数多项式只有一次的和某些二次的是不可约的。

第八节 有理系数多项式

考核有理系数多项式的概念，指出有理系数多项式在有理数域上的分解与在整数集合上的分解是一回事，给出有理系数多项式根的求法和判别有理根的艾森斯坦因方法。

第三章 行列式

第一节 线性方程组与行列式

考核 2×2 线性方程组与二阶行列式的关系，3×3 线性方程组与三阶行列式的关系， $n\times n$ 线性方程组与 n 阶行列式是什么关系。

第二节 排列

考核排列概念及基本性质，其中包括偶排列、奇排列、反序数、n!个排列中奇排列、偶排列各占一半。

第三节 n 阶行列式

考核 n 阶行列式的定义，性质。

第四节 子式和代数余子式

考核按行按列展开的计算方法。

第五节 克拉默规则

考核克拉默规则，

第四章 线性方程组

第一节 线性方程组的消元解法

考核线性方程组的高斯消元法、线性方程线的同解变形、线性方程组的消元法与它的增广矩阵行初等变换的一致性。

第二节 矩阵的秩、方程组有解判别定理

考核矩阵的秩、初等变换不改变矩阵的秩、线性方程组有解的充分必要条件是系数矩阵与增广矩阵的秩相等。

第三节 线性方程组的公式解

考核 n×n 线性方程组的系数行列式为零时，如何用克拉默规则解该方程组，进一步讨论一般的 n×m(n≠m)线性方程组的公式解法。

第四节　结式和判别式

考核二元二次方程组的解法。

第五章　矩阵

第一节　矩阵的运算

考核矩阵的加法、数与矩阵的乘法、矩阵的乘法。

第二节　可逆矩阵、矩阵乘积的行列式

考核 n 阶矩阵的逆矩阵、n 阶矩阵的行列式、矩阵乘积的行列式与各自行列式的关系、n 阶方阵可逆时逆矩阵的求法。

第三节　矩阵的分块

考核矩阵的分块理论，也就是把矩阵中一部分元素看作一个块（或一个元素）来处理矩阵的有关问题。

第六章　向量空间

第一节　定义及例子

考核向量空间的定义的理解。

第二节　子空间

考核向量空间的子空间、交子空间，和子空间及子空间的判定定理。

第三节　向量的线性相关性

考核向量的线性组合、线性相关、线性无关、极大线性无关组、向量组的等价、向量组的秩。

第四节　基和维数

考核向量空间的基、维数、向量空间的维数公式、余子空间。

第五节　坐标

考核向量由基的表示式、坐标、过渡矩阵、坐标变换公式。

第六节　向量空间的同构

考核向量空间之间的映射、向量空间的同构。

第七节　齐次线性方程组的解空间

考核矩阵的行空间、列空间、行空间的秩与矩阵的秩、齐次线性方程的解空间、基础解系、解空间的结构。

第七章　线性变换

第一节　线性映射

考核两个向量空间的线性映射、映射的象与核。

第二节　线性变换的运算

考核向量空间到自身的线性变换、线性变换的和变换、数乘线性变换、线性变换的乘积、线性变换的逆线性变换。

第三节　线性变换的矩阵

考核线性变换在一个基下的矩阵、矩阵确定的线性变换、线性变换的运算与相应的矩阵运算、同一个线性变换在不同基下矩阵的关系。

第四节　不变子空间

考核线性变换下子空间的不变性、象不变子空间、核不变子空间、不变子空间与线性变换的对角化。

第五节　本征值与本征向量

考核矩阵的特征值、特征向量、线性变换的本征值与本征向量、特征子空间。

第六节　可以对角化的矩阵

考核一个线性变换可以对角化的充分必要条件。

第八章　欧氏空间

第一节　向量的内积

考核实数域上向量空间的内积、欧氏空间、向量的长度、夹角、哥西一许瓦兹不等式。

第二节　正交基

考核向量的正交性、正交向量组、正交基、标准正交基、度量矩阵、施密特正交化方法、正交矩阵。

第三节　正交变换

考核保持向量长度不变的正交变换、正交矩阵的性质、正交变换的四个等价条件。

第四节　对称变换和对称矩阵

考核对称变换、对称矩阵、对称变换的对角化问题、实对称矩阵的特征值问题。

第九章　二次型

第一节　二次型和对称矩阵

考核 n 元二次多项式总可以用一个对称矩阵来表示，从而通过矩阵的乘法转化了二次型的表达形式，这样把一个二次型（既一个多项式的问题）用对称矩阵及矩阵的合同变换（成对的行、列初等变换）来处理。从而使问题简单明了。

第二节　复数域和实数域上的二次型

考核复系数二次型与实系数二次型的典范形式。

第三节　正定二次型

考核了实数域上秩为 n 的二次型的特征。

第四节　主轴问题

考核通过正交变换化二次型为平方和形式的方法。