西北师范大学

硕士研究生入学统一考试

《数学分析》科目大纲

（科目代码：620）

学院名称(盖章)：数学与统计学院

学院负责人(签字)：

编 制 时 间：2012 年 8 月 30 日

《数学分析》科目大纲

（科目代码：620）

一、考核要求

数学分析是数学与应用数学专业的专业基础核心课程，是学生学习分析学系列课程及数学专业其它后继课程的重要基础，也为高观点下深入理解中学数学教学内容所必需。数学分析的主要内容有：极限理论、微分学、积分学及级数理论。数学分析中的极限思想十分重要，它几乎贯穿了数学分析及其它与分析相关的自然学科的始终。数学分析课程的考核，以其基本理论和方法为主，考核学生对从特殊到一般，从具体到抽象的思想方法的掌握情况，考核学生对基础知识的掌握情况，考核学生是否具有严密的逻辑推理能力，考核学生应用所学知识解决某些实际问题的能力。

二、考核评价目标

数学分析课程重点考核学生对理论基础知识掌握的情况及分析解决某些实际问题能力。通过考核，选拔出具有较好的数学功底的学生来攻读数学学科的硕士研究生。考核评价目标应使录取的研究生具有较扎实与系统的从事基础数学、应用数学以及计算数学等的进一步学习及科研工作所需的数学分析知识。

三、考核内容

第一章 极限

第一节 实数集与函数

考核不等式、集合、映射、函数、初等函数、领域、上确界、下确界的定义，会进行集合运算和函数的各种表示，能分析函数的有界性、奇偶性、单调性和周期性，熟悉确界原理。

第二节 数列极限

考核数列、数列极限的定义、无穷小数列，收敛数列的性质，数列极限的四则运算，单调数列及单调有界定理，Cauchy 列及收敛准则。

第三节 函数极限

考核函数极限的定义、性质、四则运算、与数列极限的关系，单侧极限、Cauchy 收敛原理，两个重要极限，无穷小量与无穷大量及关系。

第四节 连续函数

充分领会函数极限、连续的定义、领会函数极限与数列极限的关系和 Cauchy 收敛原理、一致连续的概念，能应用函数极限、连续的定义分析、论证，能用无穷小量对极限进行分析，区别无穷小量能否进行代换的条件，区分不连续点的类型。

第五节 实数基本定理

能综合应用确界定理，单调有界定理，区间套定理进行证明，应用收敛子列定理和 Cauchy 收敛定理进行基本证明。

第二章 一元函数微分学

第一节 导数和微分

会应用导数的定义、四则运算法则、反函数的求导法则和复合函数求导法则求导数和高阶导数，能综合应用各种方法求函数的导数

第二节 微分中值定理及应用

领会微分中值定理、Taylor 公式的深刻意义，能用微分中值定理进行分析、论证，能将函数展开成 Taylor 多项式和其余项之和，能综合使用 L'Hospital 法则及 Taylor 公式求函数及数列的极限。能综合应用函数的凸性、单调性（利用导数）及中值定理分析和解决问题。

第三章 一元函数积分学

第一节 积分的计算、性质及应用

综合应用各种方法，（包括定义、基本公式、线性性质、换元积分法、分部积分法）能计算出一般函数的积分；重点掌握定积分的概念，Darboux 和概念等；掌握可积的充要条件，可积函数类，定积分的性质，微积分基本定理和求面积、弧长、体积和侧面积，了解微元法及其应用。

第二节 反常积分

掌握反常积分敛散性的定义，奇点，了解 Cauchy 主值和反常积分收敛的关系，掌握一些重要的反常积分收敛和发散的例子，理解并掌握绝对收敛和条件收敛的概念并能用反常积分的 Cauchy 收敛原理、非负函数反常积分的比较判别法、Cauchy 判别法，以及一般函数反常积分的 Abel、Dirichlet 判别法判别基本的反常积分，熟练应用积分第二中值定理。

第四章 级数

第一节 数项级数

准确理解敛散性概念、级数收敛的必要条件和其它性质，熟练地求一些级数的和；准确理解上极限与下极限的概念及其性质，熟练地求上极限与下极限；熟练利用正项级数的收敛原理，比较判别法，Cauchy、D`Alembert 判别法及其极限形式，Raabe 判别法和积分判别法判别正项级数的敛散性；准确理解 Leibniz 级数，熟练利用 Leibniz 级数，Abel、Dirichlet 判别法判别一般级数的敛散性。

第二节 函数项级数与幂级数

重点理解点态收敛、一致收敛和内闭一致收敛，函数列一致收敛的判别法；能熟练应用函数项级数的 Cauchy 收敛原理，Weierstrass 判别法，Abel、Dirichlet 判别法，掌握一致收敛级数的连续性、可导性和可积性；重点掌握用 Cauchy-Hadamard、D`Alembert 求幂级数收敛半径，可以利用幂级数可导和可积性求幂级数的和，掌握函数幂级数展开的条件，初等函数的幂级数展开。

第三节 傅里叶级数

熟练掌握函数的 Fourier 级数展开；综合分析 Fourier 级数的敛散性；理解并合理利用 Fourier 级数的分析性质和逼近性质；掌握 Fourier 变换的性质及其在理论分析和实际计算中的应用；掌握快速 Fourier 变换的应用。

第五章 多元函数微分学

第一节 多元函数的极限与连续

考核 Descartes 乘积集，内积及其性质，Euclid 空间，Euclid 范数，R^n 的极限，有界集，内点，边界点，孤立点，聚点，开集和闭集及其关系，闭包，理解闭矩形套定理， Bolzano-Weierstrass 定理，Cauchy 收敛定理，紧集及其 Heine-Borel 定理；掌握多元函数的定义，多元函数的重极限和二次极限及其关系，

多元函数的连续，了解向量值函数及其极限、连续等性质；理解紧集上的连续映射概念，紧集上连续函数的有界性、最值定理、一致连续性定理、中间值定理，掌握连通集和区域等概念。

第二节 多元函数的导数、微分及应用

重点掌握偏导数，方向导数，全微分，连续、可偏导、可微之间的关系，梯度，高阶偏导数和高阶全微分，了解混合偏导数的相等，向量值函数的导数；掌握多元复合函数的链式法及其应用，了解一阶全微分的形式不变性。

第三节 隐函数定理及应用

考核隐函数定理及其应用，会计算隐函数的导数；掌握无条件极值与条件极值的求法。

第六章 多元函数积分学

第一节 重积分

理解重积分与反常重积分的概念；了解二重积分的可积函数类与性质；熟练掌握二重积分、n 重积分及反常重积分的算法；掌握二重积分与 n 重积分的变量代换；理解有向面积及微分形式的概念。

第二节 曲线积分和曲面积分

综合分析第一、二类曲线积分与曲面积分的概念与计算；掌握 Green 公式、Gauss 公式和 Stokes 公式及其应用；理解梯度、通量与散度、向量线、环量与旋度的概念及简单应用；分析微分形式的外微分及其应用。

第三节 含参变量积分

熟练掌握含参变量的常义积分的定义及分析性质；熟练掌握含参变量的反常积分的一致收敛的判别法及一致收敛积分的分析性质；掌握 Beta 函数和 Gamma 函数的性质、递推公式及二者之间的关系。

参考书目：

1. 华东师范大学数学系编，《数学分析》（上，下），高等教育出版社，2001 年（第三版））。
2. 陈纪修，於崇华，金路，《数学分析》（上，下），高等教育出版社，2000 年（第一版）。
3. 裴礼文，《数学分析中的典型问题与方法》，高等教育出版社，2006 年（第二版）。
4. 刘三阳，于力，李广民，《数学分析选讲》，科学出版社，2007 年（第一版）。