

高等数学考试大纲

一、考试大纲的性质

《高等数学》自命题。本大纲适用于报考我校环境科学专业的硕士考生。

二、考试内容与要求

微积分

(一) 函数、极限、连续

考试内容

函数的概念及表示法；函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性；复合函数、反函数、分段函数和隐函数；基本初等函数的性质及其图形；初等函数；函数关系的建立；数列极限与函数极限的定义及其性质；函数的左极限和右极限；无穷小量和无穷大量的概念及其关系；无穷小量的性质及无穷小量的比较；极限的四则运算；极限存在的两个准则；两个重要极限；函数连续的概念；函数间断点的类型；初等函数的连续性；闭区间上连续函数的性质。

考试要求

1. 理解函数的概念，掌握函数的表示法，会建立应用问题的函数关系。
2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性。
3. 理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念。
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念。
5. 了解极限的概念，了解函数左极限与右极限的概念以及函数极限存在与左极限、右极限之间的关系。
6. 掌握极限的性质及四则运算法则。
7. 掌握极限存在的两个准则，并会利用它们求极限，掌握利用两个重要极限求极限的方法。
8. 理解无穷小量、无穷大量的概念，掌握无穷小量的比较方法，会用等价无穷小量求极限。
9. 理解函数连续性的概念（含左连续与右连续），会判别函数间断点的类型。
10. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性，理解闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值和最小值定理、介值定理），并会应用这些性质。

(二) 一元函数微分学

考试内容

导数和微分的概念；导数的几何意义和物理意义；函数的可导性与连续性之间的关系；平面曲线的切线和法线；导数和微分的四则运算；基本初等函数的导数；复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的求导法；高阶导数；一阶微分形式的不变性；微分中值定理；洛必达法则；函数单调性的判别；函数的极值；函数图形的凹凸性、拐点及渐近线；函数的最大值与最小值。

考试要求

1. 理解导数和微分的概念，理解导数与微分的关系，理解导数的几何意义，会求平面曲线的切线方程和法线方程，了解导数的物理意义，会用导数描述一些物理量，理解函数的可导性与连续性之间的关系。
2. 掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则，掌握基本初等函数的导数公式。了解微分的四则运算法则和一阶微分形式的不变性，会求函数的微分。
3. 了解高阶导数的概念，会求简单函数的高阶导数。
4. 会求分段函数的导数，会求隐函数和由参数方程所确定的函数以及反函数的导数。
5. 理解并会用罗尔（Rolle）定理、拉格朗日（Lagrange）中值定理和泰勒（Taylor）定理。
6. 掌握用洛必达法则求未定式极限的方法。
7. 理解函数的极值概念，掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法，掌握函数最大值和最小值的求法及其应用。
8. 会用导数判断函数图形的凹凸性，会求函数图形的拐点以及水平、铅直和斜渐近线。

(三) 一元函数积分学

考试内容

原函数和不定积分的概念；不定积分的基本性质；基本积分公式；定积分的概念和基本性质；定积分中值定理；积分上限的函数及其导数；牛顿—莱布尼茨 (Newton - Leibniz) 公式；不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法；反常 (广义) 积分；定积分的应用。

考试要求

1. 理解原函数的概念，理解不定积分和定积分的概念。
2. 掌握不定积分的基本公式，掌握不定积分和定积分的性质及定积分中值定理，掌握换元积分与分部积分法。
3. 理解积分上限函数的概念，会求它的导数，掌握牛顿—莱布尼茨公式。
4. 了解反常积分的概念，会计算反常积分。
5. 掌握用定积分表达和计算一些几何量 (平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积及平行截面面积为已知的立体体积) 及函数的平均值。

(四) 多元函数微积分学

考试内容

多元函数的概念；二元函数的几何意义；二元函数的极限与连续的概念；有界闭区域上多元连续函数的性质；多元函数的偏导数和全微分；全微分存在的必要条件和充分条件；多元复合函数、隐函数的求导法；二阶偏导数；多元函数的极值和条件极值、最大值、最小值及二重积分的概念、基本性质和计算

考试要求

1. 了解多元函数的概念，理解二元函数的几何意义。
2. 了解二元函数的极限与连续的概念以及有界闭区域上连续函数的性质。
3. 了解多元函数偏导数和全微分的概念，会求多元复合函数一阶、二阶偏导数，会求全微分，了解隐函数存在定理，会求多元隐函数的偏导数。
4. 了解多元函数极值和条件极值的概念，掌握多元函数极值存在的必要条件，了解二元函数极值存在的充分条件，会求二元函数的极值，会用拉格朗日乘数法求条件极值，会求简单多元函数的最大值和最小值，并会解决一些简单的应用问题。
5. 了解二重积分的概念和基本性质，掌握二重积分的计算方法 (直角坐标、极坐标)。

(五) 常微分方程

考试内容

常微分方程的基本概念；变量可分离的微分方程；齐次微分方程；一阶线性微分方程；可降阶的高阶微分方程；线性微分方程解的性质及解的结构定理；二阶常系数齐次线性微分方程；简单的二阶常系数非齐次线性微分方程；微分方程的简单应用。

考试要求

1. 了解微分方程及其阶、解、通解、初始条件和特解等概念。
2. 掌握变量可分离的微分方程及一阶线性微分方程的解法，会解齐次微分方程。
3. 会用降阶法解下列形式的微分方程： $y^{(n)} = f(x)$, $y'' = f(x, y')$, $y'' = f(y, y')$ 。
4. 理解线性微分方程解的性质及解的结构。
5. 掌握二阶常系数齐次线性微分方程的解法，会解简单的二阶常系数非齐次线性微分方程。
6. 会用微分方程解决一些简单的应用问题。

线性代数

(六) 行列式

考试内容

行列式的概念和基本性质；行列式按行 (列) 展开定理

考试要求

1. 了解行列式的概念，掌握行列式的性质。
2. 会应用行列式的性质和行列式按行 (列) 展开定理计算行列式。

(七) 矩阵

考试内容

矩阵的概念；矩阵的线性运算；矩阵的乘法；方阵的幂；方阵乘积的行列式；矩阵的转

置；逆矩阵的概念和性质；矩阵可逆的充分必要条件；伴随矩阵；矩阵的初等变换；初等矩阵；矩阵的秩；矩阵的等价；分块矩阵及其运算。

考试要求

1. 理解矩阵的概念，了解单位矩阵、数量矩阵、对角矩阵、三角矩阵、对称矩阵和反对称矩阵以及它们的性质。
2. 掌握矩阵的线性运算、乘法、转置以及它们的运算规律，了解方阵的幂与方阵乘积的行列式的性质。
3. 理解逆矩阵的概念，掌握逆矩阵的性质以及矩阵可逆的充分必要条件，理解伴随矩阵的概念，会用伴随矩阵求逆矩阵。
4. 理解矩阵初等变换的概念，了解初等矩阵的性质和矩阵等价的概念，理解矩阵的秩的概念，掌握矩阵的秩的概念，掌握用初等变换求矩阵的秩和逆矩阵的方法。
5. 了解分块矩阵及其运算。

(八) 向量

考试内容

向量的概念；向量的线性组合和线性表示；向量组的线性相关与线性无关；向量组的极大线性无关组；等价向量组；向量组的秩；向量组的秩与矩阵的秩之间的关系；向量的内积。

考试要求

1. 理解 n 维向量、向量的线性组合与线性表示的概念。
2. 理解向量组线性相关、线性无关的概念，掌握向量组线性相关、线性无关的有关性质及判定。
3. 了解向量组的极大线性无关组和向量组的秩的概念，会求向量组的极大线性无关组及秩。
4. 了解向量组等价的概念，了解矩阵的秩与其行（列）向量组的秩之间的关系。
5. 了解内积的概念。

(九) 线性方程组

考试内容

线性方程组的克莱姆（Cramer）法则；齐次线性方程组有非零解的充分必要条件；非齐次线性方程组有解的充分必要条件；线性方程组解的性质和解的结构；齐次线性方程组的基础解系和通解；非齐次线性方程组的通解。

考试要求

1. 会用克莱姆法则。
2. 理解齐次线性方程组有非零解的充分必要条件及非齐次线性方程组有解的充分必要条件。
3. 理解齐次线性方程组的基础解系、通解及解空间的概念，掌握齐次线性方程组的基础解系和通解的求法。
4. 理解非齐次线性方程组解的结构及通解的概念。
5. 掌握用初等行变换求解线性方程组的方法。

(十) 矩阵的特征值和特征向量

考试内容

矩阵的特征值和特征向量的概念、性质；相似变换、相似矩阵的概念及性质；矩阵可对角化的充分必要条件；实对称矩阵的特征值、特征向量及其对角化。

考试要求

1. 理解矩阵的特征值和特征向量的概念及性质，会求矩阵的特征值和特征向量。
2. 理解相似矩阵的概念、性质及矩阵可对角化的充分必要条件，掌握将矩阵化为对角矩阵的方法。
3. 掌握实对称矩阵的特征值和特征向量的性质。

(十一) 二次型

考试内容

二次型及其矩阵表示；合同变换与合同矩阵；二次型的秩；惯性定理；二次型的标准形和规范形；用正交变换和配方法化二次型为标准形；二次型及其矩阵的正定性。

考试要求

1. 了解二次型及其矩阵表示, 了解二次型秩的概念, 了解合同变换和合同矩阵的概念, 了解二次型的标准形、规范形的概念以及惯性定理。
2. 了解用正交变换二次型为标准形的方法, 会用配方法化二次型为标准形。
3. 理解正定二次型、正定矩阵的概念, 并掌握其判别法。

三、考试方式及时间

考试方式为笔试, 时间为 3 小时, 满分 150 分。

四、试卷结构

(一) 微积分与线性代数所占比例

微积分约占总分的 70%, 线性代数约占总分的 30%。

(二) 试卷的结构

1、计算或解答题: 占总分的 85% 左右。覆盖本门课程的基本概念和各部分的计算题、应用题。

2、证明题: 占总分的 15% 左右。

每年的试卷结构会有稍许变化, 学校不另行通知, 以当年的试卷为准。

五、参考书

- 1、《高等数学》(第五版, 上下册) 同济大学数学教研室, 高等教育出版社;
- 2、《线性代数》(第三版) 同济大学数学教研室, 高等教育出版社。