

## 陕西科技大学硕士研究生入学考试

### 《线性代数及常微分方程》考试大纲

#### 一、线性代数部分（50%）

本课程主要是使学生掌握多项式、行列式、线性方程组、矩阵基本理论、二次型、线性空间、线性变换、欧几里得空间等基本概念，熟悉基本内容，掌握各部分之间的联系，对基本理论的内涵有一定的了解。在学习过程中，应当理论联系实际，避免单一的理论推导，增加学生学习的积极性和兴趣。学习过程中应重点掌握以下内容：多项式的互素与整除、行列式的计算方法、线性方程组的解法、矩阵的运算与矩阵求逆、二次型的标准化方法、子空间的直和、特征值和特征向量、不变因子和初等因子、标准正交基和正交变换等。

##### 1. 多项式

- （1）掌握一元多项式的基本概念及其运算。
- （2）熟练掌握一元多项式的整除，最大公因子，互素的概念，性质及有关的证明。
- （3）掌握不可约多项式的概念，性质，理解因式分解定理的意义，掌握复数域，实数域上的多项式的标准分解式及复数域，实数域上不可约多项式。
- （4）知道艾森斯坦因判别法，会求  $Q[x]$  中的多项式的有理根。

##### 2. 行列式

- （1）正确理解行列式的定义和基本性质。
- （2）熟练掌握计算行列式的一些常用方法。
- （3）正确理解克莱姆法则并能用它解线性方程组。

##### 3. 线性方程组

- （1）掌握线性方程组的有关概念，能熟练地运用消元法解线性方程组。
- （2）正确理解向量组的线性相关性，向量组的极大线性无关组和向量组的秩的定义及意义。
- （3）深刻理解矩阵秩的定义，掌握初等变换下的矩阵的标准形，会用矩阵的初等变换求矩阵的秩。
- （4）正确理解线性方程组有解的条件，并能正确地判定一个线性方程组是否有解及解的个数。
- （5）熟练掌握线性方程组解的结构定理。

##### 4. 矩阵

- （1）正确理解和掌握有关矩阵的主要概念，熟练和准确地进行矩阵的基本运算。
- （2）会判定一个矩阵是否可逆，会求逆矩阵。

(3) 熟练掌握初等变换与初等矩阵，可逆矩阵与初等矩阵的关系，矩阵在等价意义下的标准形，会运用标准形解决矩阵中的一些问题，特别是关于矩阵秩的问题。

## 5. 二次型

(1) 掌握二次型的概念，理解二次型与对称矩阵的关系。

(2) 熟练掌握二次型化为标准形和规范形的方法，理解在复数域、实数域上二次型的规范形及其唯一性。

(3) 理解矩阵的合同及其性质，会求矩阵在合同意义下的标准形。

(4) 理解实二次型的分类，掌握正定二次型的判别法。

## 6. 线性空间

(1) 熟练掌握线性空间，基，维数，向量的坐标等概念。

(2) 掌握子空间，子空间的和与直和的概念。

## 7. 线性变换

(1) 掌握线性变换以及矩阵表示的概念，知道矩阵的特征多项式，特征根，特征向量，不变子空间的概念及作用。

(2) 掌握线性变换及矩阵可对角化的充分条件及充要条件，会将矩阵对角化，了解复数域上的矩阵的若当标准形。

## 8. 欧几里得空间

(1) 掌握内积的定义和性质，柯西-施瓦兹不等式，欧氏空间，向量的长度，距离和夹角，向量的正交及性质。

(2) 掌握标准正交基的定义及其作用，标准正交基的存在性，标准正交基间的过渡矩阵的特点，由一般基求正交基的正交化方法。

(3) 掌握正交变换的概念，标准形；了解最小二乘法。

(4) 掌握对称变换的定义以及与对称矩阵的关系。

# 二、常微分方程部分（50%）

本课程主要是使学生掌握一阶微分方程的初等解法、一阶微分方程的解的存在定理、高阶微分方程及线性微分方程解的一般理论，了解非线性微分方程解的稳定性。常微分方程是一门与实际应用联系很强的课程，在学习过程中，应当理论联系实际，通过学习该课程使学生能提出问题、分析问题、解决问题，增强学生分析问题和解决问题的能力。

## 1. 常微分方程的初等积分法

(1) 理解常微分方程与解的基本概念和关系。

(2) 熟练掌握变量可分离方程、齐次方程、一阶线性方程和恰当方程的解法。

- (3) 通过线素场与欧拉折线了解一阶微分方程与解的几何意义。
- (4) 基本掌握一阶隐方程与可降阶的高阶方程的解法。
- (5) 能够解决比较简单的应用问题。

## 2. 一阶常微分方程的解的存在唯一性定理

- (1) 掌握解的存在唯一性定理的精确表述和证明方法，并能熟练证明。
- (2) 掌握解的延伸定理与比较定理，掌握怎样求解的最大存在区间。
- (3) 理解解对初值的连续性定理与贝尔曼引理。
- (4) 理解解对初值的可微性定理，了解变分问题。

## 3. 线性微分方程

- (1) 了解线性微分方程的一般概念与一般性质。
- (2) 掌握线性齐次微分方程的解组的线性相关性与朗斯基行列式的关系，了解齐次微分方程的解的结构与刘维尔公式。
- (3) 掌握线性非齐次微分方程的解的结构定理。在已知齐次方程的一个基础解系的条件下，会通过系数变易的方法求出非齐次方程的一个特解。
- (4) 能够通过特征方程解常系数线性微分方程，熟练掌握特征方程解的几种不同情况下线性微分方程的基础解系的构造。
- (5) 掌握待定系数法，求几种特殊形状的常系数非齐次方程的特解。
- (6) 简单了解微分方程的拉普拉斯变换解法与幂级数解法大意。

## 4. 线性微分方程组

- (1) 了解一阶微分方程组与一阶线性微分方程组的一般概念，掌握  $n$  阶一元线性微分方程与  $n$  元线性方程组的互化关系。
- (2) 掌握线性齐次微分方程组的解组的线性相关性与朗斯基行列式的关系，了解齐次微分方程组的解的结构与刘维尔公式。
- (3) 掌握线性非齐次微分方程组的解的结构定理。在已知齐次方程组的一个基础解系的条件下，会通过系数变易的方法求出非齐次方程组的一个特解。
- (4) 能够通过解特征方程组解常系数线性微分方程组，熟练掌握特征方程组解的几种不同情况下线性微分方程组的基础解系的构造。

## 5. 定性理论初步

- (1) 掌握动力系统概念，建立常微分方程几何研究的基本思想。

- (2) 掌握平面线性定常系统奇点类型分析方法；掌握平面定常系统奇点附近轨线分析方法。
- (3) 了解平面定常系统极限环存在性判别方法。

**参考书目：**

《线性代数》（第二版）居余马，清华大学出版社

《常微分方程》（第3版）王高雄，高等教育出版社