

考试科目 835 线性代数 考试形式 笔试（闭卷）  
考试时间 180 分钟 考试总分 150 分

## 一、总体要求

对线性代数基本概念把握准确，掌握线性代数课程中的基本理论和基本方法，考查综合运用所学知识解决问题的能力。

## 二、内容

### 1. 行列式

- 1) 掌握行列式的基本计算方法与行列式的性质，理解和运用拉普拉斯（Laplace）定理与行列式的乘法定理，能应用克兰姆法则解非齐次线性方程组；
- 2) 会应用行列式概念计算行列式，会利用行列式的性质和行列式按行（列）展开定理计算行列式，会运用矩阵的初等行（列）变换计算行列式。

### 2. 线性方程组

- 1) 理解齐次线性方程组有非零解的充分必要条件及非齐次线性方程组有解的充分必要条件；
- 2) 理解齐次线性方程组的基础解系、通解及解空间的概念，掌握齐次线性方程组的基础解系和通解的求法。
- 3) 理解非齐次线性方程组解的结构及通解的概念。
- 4) 掌握求解一般线性方程组的典型方法。

### 3. 矩阵

- 1) 理解矩阵的概念，了解单位矩阵、数量矩阵、对角矩阵、三角矩阵、对称矩阵和反对称矩阵，熟悉它们的基本性质。
- 2) 掌握矩阵的数乘、加法、乘法、转置等运算。了解方阵的多项式概念。
- 3) 理解逆矩阵的概念，掌握可逆矩阵的性质，以及矩阵可逆的判别条件，理解伴随矩阵的概念，掌握求矩阵逆的方法。
- 4) 掌握矩阵的初等变换，了解初等矩阵的性质和矩阵等价的条件，理解矩阵的秩的概念，了解矩阵的秩与行列式的关系。理解和运用关于矩阵乘积的秩的定理，了解  $n$  阶方阵非退化的概念及充分必要条件，掌握用初等变换求矩阵的秩和逆矩阵的方法。
- 5) 了解矩阵的分块及其运算。

### 4. 二次型

- 1) 掌握二次型及其矩阵表示，理解非退化线性替换与矩阵合同的概念及性质，了解二次型的非退化线性替换与二次型矩阵合同的关系。
- 2) 理解二次型的标准形、秩、规范形的概念以及惯性定理，了解唯一性。
- 3) 理解二次型及实对称矩阵正定的概念及性质，掌握二次型及实对称矩阵正定的判别法。

### 5. 线性空间

- 1) 理解线性空间的概念 掌握线性子空间的判定方法。
- 2) 理解  $n$  维向量、向量的线性组合与线性表示等概念。理解向量组线性相关、线性无关的定义、熟练掌握判断向量组线性相关、线性无关的方法。
- 3) 理解向量组的极大线性无关组和向量组的秩的概念，会求向量组的极大线性无关组及秩。
- 4) 理解向量组等价的概念、清楚向量组的秩与矩阵秩的关系。
- 5) 理解线性空间的维数、基和坐标。

- 6) 掌握线性空间的基变换和坐标变换及过渡矩阵。
- 7) 理解生成子空间的概念，掌握求子空间基和维数的方法。
- 8) 理解子空间的交、和、直和运算及其性质，掌握求子空间交、和的基的方法。
- 9) 了解线性空间同构的概念。
6. 线性变换
  - 1) 理解线性变换的概念，了解线性变换的性质。
  - 2) 熟悉线性变换的运算及其性质。
  - 3) 理解线性变换的矩阵，了解线性变换与矩阵的对应。
  - 4) 理解线性变换及其矩阵的特征值、特征向量、特征多项式的概念及性质，会求线性变换及矩阵的特征值和特征向量。
  - 5) 了解关于特征多项式的 Hamilton-Caylay 定理，了解矩阵的迹。
  - 6) 理解线性变换的特征子空间、线性变换的不变子空间的概念。
  - 7) 理解矩阵相似的概念、性质及矩阵可对角化的充分必要条件。掌握将矩阵化为对角矩阵的方法。
  - 8) 理解线性变换的值域、核、秩、零度的概念。
  - 9) 了解矩阵的若当 (Jordan) 标准型。
  - 10) 理解线性变换的最小多项式，了解最小多项式与对角化之间的关系。
7. 欧几里德空间
  - 1) 掌握线性空间内积的概念及性质，理解欧几里德空间的概念，了解欧几里德空间中向量的正交，了解欧几里德空间中基的度量矩阵及其用途。
  - 2) 理解标准 (规范) 正交基的概念，掌握标准 (规范) 正交基的求法 (施密特正交化过程)，了解标准正交基下度量矩阵、向量坐标及内积的特殊表达。
  - 3) 掌握正交矩阵的概念及性质，了解正交矩阵与标准正交基的过渡矩阵之间的关系。
  - 4) 理解正交变换的概念及其性质，了解正交变换和正交矩阵之间的关系。
  - 5) 理解正交子空间、正交补的概念及性质。
  - 6) 了解同构的概念与最小二乘法。
  - 7) 了解欧几里德空间同构的概念和性质，了解有限维欧几里德空间同构的充分必要条件。
  - 8) 理解双线性函数的概念和性质，理解对偶空间的定义及性质，了解双线性函数非退化的充分必要条件，了解对称与反对称的双线性函数。

### 三、题型及分值比例

证明题 (60%)

计算题 (40%)