

《高等数学》考试大纲

（一）考试形式和试卷结构

一、试卷内容结构

微积分学	约 60%
微分方程与无穷级数	约 30%
向量代数与空间解析几何	约 10%

二、试卷题型结构

试卷题型结构为：单项选择题、填空题、解答题（包括证明题）

（二）考试内容

一、函数、极限、连续

考试内容

集合及其运算 确界存在定理 函数的概念及表示法 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性 复合函数、反函数、分段函数和隐函数 基本初等函数的性质及其图形 初等函数 函数关系的建立

数列极限与函数极限的定义及其性质 函数的左极限和右极限 无穷小量和无穷大量的概念及其关系 无穷小量的性质及无穷小量的比较 极限的四则运算 极限存在的两个准则：（单调有界准则和夹逼准则） 两个重要极限 函数连续的概念 函数间断点的类型 初等函数的连续性 闭区间上连续函数的性质

考试要求

1. 了解集合的上、下确界，理解确界存在定理，理解函数的概念，掌握函数的表示法，会建立应用问题的函数关系.
2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性.
3. 理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念.
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念.
5. 了解数列极限和函数极限（包括左极限与右极限）的概念.
6. 了解极限的性质与极限存在的两个准则，掌握极限的四则运算法则，掌握利用两个重要极限求极限的方法.
7. 理解无穷小的概念和基本性质，掌握无穷小量的比较方法，了解无穷大量的概念及其与无穷小量的关系.
8. 理解函数连续性的概念（含左连续与右连续），会判别函数间断点的类型.
9. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性，了解函数的一致连续性 理解闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值和最小值定理、介值定理、一致连续），并会应用这些性质.

二、一元函数微分学

考试内容

导数和微分的概念 导数的几何意义和经济意义 函数的可导性与连续性之间的关系 平面曲线的切线与法线 导数和微分的四则运算 基本初等函数的导数 复合函数、反函数和隐函数的微分法 高阶导数 一阶微分形式的不变性 微分中值定理 洛必达

(L'Hospital) 法则 函数单调性的判别 函数的极值 函数图形的凹凸性、拐点及渐近线 函数图形的描绘 函数的最大值与最小值

考试要求

1. 理解导数的概念及可导性与连续性之间的关系, 了解导数的几何意义与经济意义(含边际与弹性的概念), 会求平面曲线的切线方程和法线方程.

2. 掌握基本初等函数的导数公式、导数的四则运算法则及复合函数的求导法则, 会求分段函数的导数 会求反函数与隐函数的导数.

3. 了解高阶导数的概念, 会求简单函数的高阶导数.

4. 了解微分的概念, 导数与微分之间的关系以及一阶微分形式的不变性, 会求函数的微分.

5. 理解罗尔(Rolle)定理. 拉格朗日(Lagrange)中值定理, 了解泰勒定理、柯西(Cauchy)中值定理, 掌握这四个定理的简单应用.

6. 会用洛必达法则求极限.

7. 掌握函数单调性的判别方法, 了解函数极值的概念, 掌握函数极值、最大值和最小值的求法及其应用.

8. 会用导数判断函数图形的凹凸性(注: 在区间 (a, b) 内, 设函数 $f(x)$ 具有二阶导数, 当 $f''(x) > 0$ 时, $f(x)$ 的图形是凹的; 当 $f''(x) < 0$ 时, $f(x)$ 的图形是凸的), 会求函数图形的拐点和渐近线.

9. 会描述简单函数的图形.

三、一元函数积分学

考试内容

原函数和不定积分的概念 不定积分的基本性质 基本积分公式 定积分的概念和基本性质 定积分中值定理 积分上限的函数及其导数 牛顿—莱布尼茨(Newton-Leibniz)公式 不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法 反常(广义)积分 定积分的应用

考试要求

1. 理解原函数与不定积分的概念, 掌握不定积分的基本性质和基本积分公式, 掌握不定积分的换元积分法和分部积分法.

2. 了解定积分的概念和基本性质, 了解定积分中值定理, 理解积分上限的函数并会求它的导数, 掌握牛顿—莱布尼茨公式以及定积分的换元积分法和分部积分法.

3. 会利用定积分计算平面图形的面积. 旋转体的体积和函数的平均值, 会利用定积分求解简单的经济应用问题.

4. 了解反常积分的概念, 会计算反常积分.

四、多元函数微分学

考试内容

多元函数的概念 二元函数的几何意义 二元函数的极限与连续的概念 有界闭区域上多元连续函数的性质 多元函数的偏导数和全微分 全微分存在的必要条件和充分条件 多元复合函数、隐函数的求导法 二阶偏导数 方向导数和梯度 多元向量值函数的导数与微分 空间曲线的切线和法平面 曲面的切平面和法线 二元函数的二阶泰勒公式 多元函数的极值和条件极值 多元函数的最大值、最小值及其简单应用

考试要求

1. 理解多元函数的概念, 理解二元函数的几何意义.
2. 了解二元函数的极限与连续的概念以及有界闭区域上连续函数的性质.
3. 理解多元函数偏导数和全微分的概念, 会求全微分, 了解全微分存在的必要条件和充分条件, 了解全微分形式的不变性.
4. 理解方向导数与梯度的概念, 并掌握其计算方法.
5. 掌握多元复合函数一阶、二阶偏导数的求法.
6. 了解一元(二元)向量值函数的导数与微分
7. 了解隐函数存在定理, 会求多元隐函数的偏导数.
8. 了解空间曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念, 会求它们的方程.
9. 了解二元函数的二阶泰勒公式.
10. 理解多元函数极值和条件极值的概念, 掌握多元函数极值存在的必要条件; 了解二元函数极值存在的充分条件, 会求二元函数的极值, 会用拉格朗日乘数法求条件极值, 会求简单多元函数的最大值和最小值, 并会解决一些简单的应用问题.

五、多元函数积分学

考试内容

二重积分与三重积分的概念、性质、计算和应用 两类曲线积分的概念、性质及计算 两类曲线积分的关系 格林(Green)公式 平面曲线积分与路径无关的条件 二元函数全微分的原函数 两类曲面积分的概念、性质及计算 两类曲面积分的关系 高斯(Gauss)公式 斯托克斯(Stokes)公式 散度、旋度的概念及计算 曲线积分和曲面积分的应用

考试要求

1. 理解二重积分、三重积分的概念, 了解重积分的性质, 了解二重积分的中值定理.
2. 掌握二重积分的计算方法(直角坐标、极坐标、曲线坐标), 会计算三重积分(直角坐标、柱面坐标、球面坐标).
3. 理解两类曲线积分的概念, 了解两类曲线积分的性质及两类曲线积分的关系.
4. 掌握计算两类曲线积分的方法.
5. 掌握格林公式并会运用平面曲线积分与路径无关的条件, 会求二元函数全微分的原函数.
6. 了解两类曲面积分的概念、性质及两类曲面积分的关系, 掌握计算两类曲面积分的方法, 掌握用高斯公式计算曲面积分的方法, 并会用斯托克斯公式计算曲线积分.
7. 了解散度与旋度的概念, 并会计算.
8. 会用重积分、曲线积分及曲面积分求一些几何量与物理量(平面图形的面积、体积、曲面面积、弧长、质量、质心、形心、转动惯量、引力、功及流量等).

六、微分方程

考试内容

常微分方程的基本概念 变量可分离的微分方程 齐次微分方程 一阶线性微分方程 线性微分方程解的性质及解的结构定理 线性微分方程组 二阶常系数齐次线性微分方程及简单的非齐次线性微分方程 微分方程的简单应用

考试要求

1. 了解微分方程及其阶、解、通解、初始条件和特解等概念.
2. 掌握变量可分离的微分方程、齐次微分方程和一阶线性微分方程的求解方法.
3. 会解二阶常系数齐次线性微分方程.
4. 了解线性微分方程解的性质及解的结构定理, 会解自由项为多项式、指数函数、正弦函数或余弦函数的二阶常系数非齐次线性微分方程.

5. 了解线性微分方程组基解矩阵等概念.
6. 会求解常系数齐次线性方程组.
7. 会用微分方程求解简单的应用问题.

七、无穷级数

考试内容

0.

常数项级数收敛与发散的概念 收敛级数的和的概念 级数的基本性质与收敛的必要条件 几何级数与 p 级数及其收敛性 正项级数收敛性的判别法 任意项级数的绝对收敛与条件收敛 交错级数与莱布尼茨定理 函数项级数的一致收敛性概念 幂级数及其收敛半径、收敛区间（指开区间）和收敛域 幂级数的和函数 幂级数在其收敛区间内的基本性质 简单幂级数的和函数的求法 初等函数的幂级数展开式

考试要求

1. 了解级数的收敛与发散、收敛级数的和的概念.
2. 了解级数的基本性质和级数收敛的必要条件，掌握几何级数及 p 级数的收敛与发散的条件，掌握正项级数收敛性的比较判别法和比值判别法.
3. 了解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念以及绝对收敛与收敛的关系，了解交错级数的莱布尼茨判别法.
4. 了解函数项级数的一致收敛性概念，一致收敛级数的性质
5. 会求幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域.
6. 了解幂级数在其收敛区间内的基本性质（和函数的连续性、逐项求导和逐项积分），会求简单幂级数在其收敛区间内的和函数 .
7. 会将函数展开成幂级数.

八、向量代数与空间解析几何

考试内容

向量的概念 向量的线性运算 向量的数量积和向量积 向量的混合积 两向量垂直、平行的条件 两向量的夹角 向量的坐标表达式及其运算 单位向量 方向数与方向余弦 曲面方程和空间曲线方程的概念 平面方程、直线方程 平面与平面、平面与直线、直线与直线的夹角以及平行、垂直的条件 点到平面和点到直线的距离 球面 柱面 旋转曲面 常用的二次曲面方程及其图形 空间曲线的参数方程和一般方程 空间曲线在坐标面上的投影曲线方程

考试要求

1. 理解空间直角坐标系，理解向量的概念及其表示；理解单位向量、方向数与方向余弦、向量的坐标表达式，掌握用坐标表达式进行向量运算的方法.
2. 掌握向量的运算（线性运算、数量积、向量积、混合积），了解两个向量垂直、平行的条件.
3. 掌握平面方程和直线方程及其求法.
4. 会求平面与平面、平面与直线、直线与直线之间的夹角，并会利用平面、直线的相互关系（平行、垂直、相交等）解决有关问题；会求点到直线以及点到平面的距离.
5. 了解曲面方程和空间曲线方程的概念；了解常用二次曲面的方程及其图形，会求简单的柱面和旋转曲面的方程.
6. 了解空间曲线的参数方程和一般方程；了解空间曲线在坐标平面上的投影，并会求该投影曲线的方程.

参考书目

- [1] 马知恩, 王绵森主编. 工科数学分析基础(第二版)(上、下册). 高等教育出版社, 2006
- [2] 同济大学应用数学系主编. 高等数学(第五版)(上、下册). 高等教育出版社, 2002
(或第六版, 2007)