

《高等代数》考试大纲

一、考试要求

1. 掌握基本的代数运算方法, 包括: 行列式的计算, 矩阵运算(乘法、求秩、判别方阵的可逆性及求逆、求方阵的特征值及特征向量), 线性方程组解的判定及求解, 多项式运算(带余除法, 辗转相除法, 综合除法)等.

2. 掌握基本的代数分析技巧, 包括: 向量的线性相关和线性无关性, 向量空间的基与维数, 线性方程组解的结构, 线性变换和矩阵的关系, 方阵可相似对角化的判定, 对称矩阵与二次型, 一元多项式的整除性及因式分解.

3. 掌握代数的基本几何背景, 理解代数与几何的关系, 包括: 欧氏空间和酉空间, 正交变换与正交矩阵, 对称变换与对称矩阵, 主轴定理, 利用二次型理论化简二次曲面方程.

二、考试内容

第一部分 多项式

1. 一元多项式的定义和基本运算;
2. 多项式的带余除法与综合除法, 多项式整除性的常用性质;
3. 多项式的最大公因式概念及性质, 辗转相除法;
4. 不可约多项式的概念及性质, 多项式的唯一因式分解定理, 多项式的重因式;
5. 多项式函数与多项式的根的概念及性质;
6. 代数基本定理, 复数域和实数域上多项式的因式分解定理, Vieta 定理;
7. 整系数多项式的有理根, Eisenstein 判别法;
8. 多元多项式概念及字典排列法, 对称多项式.

第二部分 行列式

1. 线性方程组和行列式的关系, 排列、 n 阶行列式及其子式和代数余子式;
2. 行列式的性质及行列式的基本计算方法;
3. 克拉默法则.

第三部分 线性方程组

1. 线性方程组求解的消元法;
2. 矩阵的秩的概念, 用矩阵的初等变换求秩;
3. 线性方程组可解的判别法;
4. 两个多项式的结式和多项式的判别式.

第四部分 矩阵

1. 矩阵的线性运算、乘法、转置及其运算法则;
2. 逆矩阵概念, 矩阵可逆的判定条件及可逆矩阵的性质, 求可逆矩阵的逆矩阵的方法;
3. 矩阵的分块法, 分块矩阵的运算法则.

第五部分 向量空间

1. 向量空间及子空间的定义;
2. 向量组线性相关、线性无关的定义, 向量组线性相关性的判定条件和性质, 向量组的极大无关组;
3. 向量空间的基与维数, 过渡矩阵及坐标变换式;
4. 向量空间的同构及其性质;
5. 齐次线性方程组的解空间与基础解系; 线性方程组的结构式通解.

第六部分 线性变换

1. 向量空间线性映射概念及其相关性质;
2. 线性变换的运算和矩阵的相似关系;

3. 不变子空间及其性质;
4. 方阵的特征值和特征向量;
5. 可以对角化的矩阵.

第七部分 欧氏空间和酉空间

1. 向量空间中向量的内积、长度、夹角的定义及性质,规范正交基,Schmidt 正交化方法;
2. 正交变换与正交矩阵的定义和性质;
3. 对称变换与实对称矩阵,实对称矩阵的正交相似对角化;
4. 酉空间的定义及其基本性质,酉变换和酉矩阵.

第八部分 二次型

1. 二次型与对称矩阵,矩阵的合同关系;
2. 复数域和实数域上的二次型,用正交变换化实二次型为标准形的方法;
3. 正定二次型与正定矩阵,实对称矩阵正定的判定条件和性质;
4. 主轴定理,利用二次型理论化简二次曲面方程.

参考文献

1. 张禾瑞,郝鈞新 《高等代数》(第四版) 高等教育出版社 1999
2. 北京大学数学系 《高等代数》(第三版) 高等教育出版社 2003
3. 丘维声 《高等代数》(第二版) 高等教育出版社 2003