

# 海南师范大学硕士研究生入学考试初试科目 考 试 大 纲

科目名称: 近世代数

适用专业: 基础数学/应用数学

## 一、考试形式与试卷结构

### (一) 试卷满分 及 考试时间

本试卷满分为 100 分, 考试时间为 120 分钟。

### (二) 答题方式

答题方式为闭卷、笔试。

试卷由试题和答题纸组成; 答案必须写在答题纸(由考点提供)相应的位置上。

## 二、考查目标(复习要求)

全日制攻读硕士学位研究生入学考试近世代数科目考试内容包括近世代数一门学科基础课程, 要求考生系统掌握相关学科的基本知识、基础理论和基本方法, 并能运用相关理论和方法分析、解决相关的实际问题。

## 三、考试内容概要

### 第一章 基本概念

#### 1. 考试内容

集合; 映射; 卡氏积与代数运算; 等价关系与集合的分类。

#### 2. 考试要求

本章中介绍的一些基本概念是学习后面各个代数体系的必备知识。要求理解集合等概念, 会利用集合的运算性质证明集合相等问题; 掌握映射、单射、满射、双射、逆映射、合成映射等概念, 理解映射概念与函数概念的异同, 会用定义判定单射、满射及双射; 理解卡氏积、代数运算、运算表等概念, 会根据定义判定代数运算是否适合结合律、交换律、分配律; 掌握关系、二元关系、等价关系、集合的分类、商集等概念; 理解等价关系与集合的分类的关系定理。

#### 3. 重点与难点

重点: 映射、卡氏积、代数运算、等价关系、集合分类的概念。

难点: 建立两集合之间满足条件的映射、给出由等价关系所确定的集合的分类问题

### 第二章 群论

#### 1. 考试内容

半群; 群的定义; 元素的阶; 子群; 变换群; 群的同态与同构; 子群的陪集; 正规子群与商群; 同态基本定理与同构定理。

#### 2. 考试要求

掌握半群、单位元、逆元等概念, 掌握半群的判定方法, 理解元的  $n$  次逆、子半群的概

念；掌握群的三个等价定义及群的左、右消去律，会用定义判定一个代数系统是否成群，理解有限群的判定定理，有限群阶的定义、Klein 四元群，了解有限群的运算表的特点；掌握元素的阶的定义及其加法的表示形式，会用阶的性质定理证明有关命题；掌握循环群的定义及循环群的性质定理；掌握子群的定义及子群的判别方法，理解子群的性质、循环群的性质，会求有限循环群的子群，了解群的子集生成的子群的概念是循环群概念的推广；掌握变换群、置换、循环置换、置换群的定义，掌握三次对称群，会将置换分解成循环置换的乘积，理解循环置换的性质，了解变换群的构造及变换群在群中具有的代表性意义；掌握群的同态、同构、同态核定义及循环群的构造定理；理解同态象、群的自同构群的定义、群同态的性质定理，Cayley 定理；掌握子群的陪集定义，指数定义，会求群关于子群的陪集分解式，会用 Lagrange 定理证明有关命题，理解陪集的性质；理解正规子群、商群的定义，掌握正规子群的判定方法，了解正规子群的性质；掌握同态基本定理，并会用同态基本定理证明群的同构问题，理解正规子群在同态映射下的象（逆象）保性质定理，了解第一同构定理。

### 3. 重点与难点

重点：群、子群的概念；群的例子；群的基本性质；群的同态与同构；同态基本定理；一些特殊群类：包括循环群、变换群、置换群等。

难点：变换群；商群的求法；Lagrange 定理的应用；利用同态基本定理判断群的同构问题。

## 第三章 环

### 1. 考试内容

环的定义；子环；环的同态与同构；理想与商环；素理想与极大理想；商域；多项式环；扩域；有限域。

### 2. 考试要求

掌握环的定义及判定方法；理解带有上述附加条件的环及相应的例子；理解整环、除环、域、特征的定义及环具有的运算性质；掌握模  $m$  的剩余类环、Guass 整数环、自同态环、四元数除环这一些特殊环；掌握除环的判定条件及方法；掌握子环的判定条件；理解子环的性质定理；了解子整环、子除环、子域、环的子集生成的子环的定义；掌握环同态、同构的判定方法；会求同态核；理解环同态、同构的性质定理；掌握理想、主理想的判定方法；理解商环的定义，理想的性质、特殊环主理想的元的形式；掌握同态基本定理，并会用同态基本定理证明环的同构问题，了解环第一同构定理；掌握素理想、极大理想的定义及判定方法，了解可用有单位元的交换环的一个素理想（或极大理想）构造整环（或域）这一事实；理解商域的定义、构造、可用类似于由整数环扩充成有理数域的方法来将一个无零因子交换环扩充为一个域的方法，了解挖补定理；掌握一（多）元多项式、未定元的定义，一元多项式计算方法，未定元的判定，理解多项式环的存在定理，一元多项式环中可施行带余除法的充分条件定理；了解扩域、代数元、超越元、不可约多项式的定义；对有限域、素域、本原元的定义，素域与其特征的关系定理，有限域的构造定理仅作一般了解

### 3. 重点与难点

重点：环与域的定义和初步性质，理想，极大理想，商环，商域，环同态基本定理和一些常见的重要的环与域的例子。

难点：环同态、同构的判定，素理想、极大理想的判定，整环（或域）的构造方法，商域的概念。

### 参考教材或主要参考书：

