海南师范大学硕士研究生入学考试初试科目
考 试 大 纲

科目名称: 高等代数

适用专业: 基础数学/应用数学

一、考试形式与试卷结构

（一）试卷满分 及 考试时间

本试卷满分为 150 分，考试时间为 180 分钟。

（二）答题方式

答题方式为闭卷、笔试。

试卷由试题和答题纸组成；答案必须写在答题纸（由考点提供）相应的位置上。

二、考查目标（复习要求）

全日制攻读硕士学位研究生入学考试高等代数科目考试内容包括高等代数一门学科基础课程，要求考生系统掌握相关学科的基本知识、基础理论和基本方法，并能运用相关理论和方法分析、解决相关的实际问题。

三、考试内容概要

第一章：一元多项式

1、考试内容

数域；一元多项式；整除的概念；最大公因式；；因式分解定理；重因式；多项式函数；复系数与实系数多项式的因式分解；有理系数多项式。

2、考试要求

（1） 掌握数域的定义,并会判断一个代数系统是否是数域。

（2） 正确理解数域 P 上一元多项式的定义,多项式相乘,次数,一元多项式环等概念。掌握多项式的运算及运算律。

（3）正确理解整除的定义,熟练掌握带余除法及整除的性质。

（4）正确理解和掌握两个(或若干个)多项式的最大公因式,互素等概念及性质。能用辗转相除法求两个多项式的最大公因式。

（5）正确理解和掌握不可约多项式的定义及性质。深刻理解并掌握因式分解及唯一性定理。掌握标准分解式。

（6）正确理解和掌握 k 重因式的定义。

（7）掌握多项式函数的概念,余数定理,多项式的根及性质。正确理解多项式与多项式函数的关系。

（8）理解代数基本定理。熟练掌握复（实）系数多项式分解定理及标准分解式。

（9）深刻理解有理系数多项式的分解与整系数多项式分解的关系。掌握本原多项式的定义、高斯引理、整系数多项式的有理根的性质、Eisenstein 判别法。

3、重点、难点

重点：整除概念、带余除法及整除的性质、最大公因式、互素、辗转相除法、不可约多项式概念、性质、因式分解及唯一性定理、k 重因式与 k 重根的关系、复（实）系数多项式分解定理、本原多项式、Eisenstein 判别法。

难点：整除理论；多项式的因式分解理论

第二章：行列式

1、考试内容

排列；n 级行列式；n 级行列式的性质；行列式的计算；行列式按一行（列）展开；克兰姆法则。

2、考试要求

（1）理解并掌握排列、逆序、逆序数、奇偶排列的定义。掌握排列的奇偶性与对换的关系。

（2）深刻理解和掌握 n 级行列式的定义,能用定义计算一些特殊行列式。

（3）熟练掌握行列式的基本性质。

（4）正确理解矩阵、矩阵的行列式、矩阵的初等变换等概念，能利用行列式性质计算一些简单行列式。

（5）正确理解元素的余子式、代数余子式等概念。熟练掌握行列式按一行（列）展开的公式。掌握“化三角形法”，“递推降阶法”，“数学归纳法”等计算行列式的技巧。

（6）熟练掌握克莱姆(Cramer)法则。

3、重点、难点

重点：n 级行列式的定义、行列式的基本性质、矩阵、矩阵的行列式、矩阵的初等变换、行列式按一行（列）展开的公式、克莱姆(Cramer)法则

难点：行列式的计算

第三章：线性方程组

1、考试内容

消元法；n 维向量组；线性相关性；矩阵的秩；线性方程组有解判别定理；线性方程组解的结构

2、考试要求

（1）正确理解和掌握一般线性方程组,方程组的解,增广矩阵，线性方程组的初等变换等概念及性质。掌握阶梯形方程组的特征及作用。会求线性方程组的一般解。

（2）理解和掌握 n 维向量及两个 n 维向量相等的定义。熟练掌握向量的运算。深刻理解 n 维向量空间的概念。

（3）正确理解和掌握线性组合、线性相关、线性无关的定义及性质。掌握两个向量组等价的定义及等价性质定理。深刻理解向量组的极大无关组、秩的定义，会求向量组的一个极大无关组。

（4）深刻理解和掌握矩阵的行秩、列秩、秩的定义。掌握矩阵的秩与其子式的关系。

（5）熟练掌握线性方程组的有解判别定理。理解和掌握线性方程组的公式解。

（6）正确理解和掌握齐次线性方程组的基础解系,解空间的维数与概念。熟练掌握基础解系的求法、线性方程组的结构定理。会求一般线性方程组有解的全部解。

3、重点、难点

重点：线性方程组的初等变换、求线性方程组的一般解、n 维向量、线性组合、线性相关、线性无关、两个向量组等价、极大无关组、向量组的秩、求向量组的一个极大无关组、矩阵的秩、线性方程组的有解判别定理、线性方程组的公式解、齐次线性方程组的基础解系、基础解系的求法、线性方程组的结构定理、求一般线性方程组有解的全部解。

难点：线性相关性

第四章：矩阵

1、考试内容

矩阵的概念；矩阵的运算；矩阵乘积的行列式与秩；矩阵的逆；矩阵的分块；初等矩阵；分块矩阵的初等变换

2、考试要求

(1) 了解矩阵概念产生的背景。

(2) 掌握矩阵的加法、数乘、乘法、转置等运算及其计算规律。

(3) 掌握矩阵乘积的行列式定理，矩阵乘积的秩与它的因子的秩的关系。

(4) 正确理解和掌握可逆矩阵、逆矩阵、伴随矩阵等概念，掌握一个n级方阵可逆的充要条件和用公式法求一个矩阵的逆矩阵。

(5) 理解分块矩阵的意义，掌握分块矩阵的加法、乘法的运算及性质。

(6) 正确理解和掌握初等矩阵、初等变换等概念及其它们之间的关系，熟练掌握一个矩阵的等价标准形和矩阵可逆的充要条件；会用初等变换的方法求一个方阵的逆矩阵。

(7) 理解分块乘法的初等变换和广义初等矩阵的关系，会求分块矩阵的逆。

3、重点、难点

重点：矩阵的运算、矩阵乘积的行列式定理、矩阵乘积的秩与它的因子的秩的关系、可逆矩阵、逆矩阵、伴随矩阵、n阶方阵可逆的充要条件、用公式法求逆矩阵、分块矩阵的意义及运算、初等矩阵、用初等变换的方法逆矩阵、分块矩阵的逆。

难点：可逆矩阵及求逆矩阵

第五章：二次型

1、考试内容

二次型的矩阵表示；标准形；唯一性；正定二次型。

2、考试要求

(1) 正确理解二次形和非退化线性替换的概念；掌握二次型的矩阵表示及二次型与对称矩阵的一一对应关系；掌握矩阵的合同概念及性质。

(2) 理解二次型的标准形，掌握化二次型为标准型的方法（配方法、初等变换法）。

(3) 正确理解复数域和实数域上二次型的规范性的唯一性；掌握惯性定理。

(4) 正确理解正定、半正定、负定二次型及正定、半正定矩阵等概念；熟练掌握正定二次型及半正定二次型的等价条件。

3、重点、难点

重点：非退化线性替换、二次型的矩阵、二次型与其矩阵的一一对应关系、矩阵的合同、化二次型为标准型、复数域和实数域上二次型的规范形的唯一性、惯性定理、正定二次型的判别条件、半正定二次型的等价条件。

难点：实数域上二次型的规范形及正定二次型。

第六章：线性空间

1、考试内容

集合与映射；线性空间的定义与简单性质；维数，基与坐标；基变换与坐标变换；线性子空间；子空间的交与和；子空间的直和；线性空间的同构。

2、考试要求

(1) 掌握映射、单射、满射（映上的映射）、一一映射、逆映射等概念。

(2) 正确理解和掌握线性空间的定义及性质；会判断一个代数系统是否是线性空间。

(3) 理解线性组合、线性表示、线性相关、线性无关等概念；正确理解和掌握 n 维线性空间的概念及性质。
(4) 正确理解和掌握基变换与坐标变换的关系。
(5) 正确理解线性子空间的定义及判别定理；掌握向量组生成子空间的定义及等价条件。
(6) 掌握子空间的交与和的定义及性质；熟练掌握维数公式。
(7) 深刻理解子空间的直和的概念及和为直和的充要条件。
(8) 理解和掌握线性空间同构的定义、性质及两个有限维空间同构的充要条件。
3、重点、难点
重点：线性空间、判断一个代数系统是否是线性空间、n 维线性空间的概念及性质、基变换与坐标变换的关系、线性子空间的定义及判别定理、向量组生成子空间的定义及等价条件、子空间的交与和、维数公式、子空间的直和、线性空间同构的定义、性质及两个有限维空间同构的充要条件。
难点：线性空间的概念；子空间的直和
第七章：线性变换
1、考试内容
线性变换的定义；线性变换的运算；线性变换的矩阵；特征值与特征向量；对角矩阵；线性变换的值域与核；不变子空间； 最小多项式
2、考试要求
(1) 理解和掌握线性变换的定义及性质。
(2) 掌握线性变换的运算及运算规律，理解线性变换的多项式。
(3) 深刻理解和掌握线性变换与矩阵的联系；掌握矩阵相似的概念和线性变换在不同基下的矩阵相似等性质。
(4) 理解和掌握矩阵的特征值、特征向量、特征多项式的概念和性质；会求一个矩阵的特征值和特征向量；掌握相似矩阵与它们的特征多项式的关系及哈密尔顿-凯莱定理。
(5) 掌握 n 维线性空间中一个线性变换在某一组基下的矩阵为对角型的充要条件。
(6) 掌握线性变换的值域、核、秩、零度等概念；深刻理解和掌握线性变换的值域与它对应的矩阵的秩的关系及线性变换的秩和零度间的关系。
(7) 掌握不变子空间的定义；会判定一个子空间是否是 A-子空间；深刻理解不变子空间与线性变换矩阵化简之间的关系。
(8) 正确理解最小多项式的概念；掌握一个矩阵相似于一个对角阵与它的最小多项式的关系。
3、重点、难点
重点：线性变换的定义及性质、线性变换的运算、线性变换与矩阵的联系、矩阵相似、线性变换在不同基下的矩阵、矩阵的特征值、特征向量、特征多项式、求矩阵的特征值和特征向量、相似矩阵与它们的特征多项式的关系、哈密尔顿-凯莱定理、线性变换在某一组基下的矩阵为对角型的充要条件、线性变换的值域、核、秩、零度、线性变换的值域与它对应的矩阵的秩的关系及线性变换的秩和零度间的关系、不变子空间的定义、判定一个子空间是否是 A-子空间、不变子空间与线性变换矩阵化简之间的关系、最小多项式。
难点：特征值和特征向量；线性变换的值域、核；不变子空间与线性变换矩阵化简
第八章：欧几里得空间
1、考试内容
定义与基本概念；标准正交基；同构；正交变换；子空间；实对称矩阵的标准形；向量到子空间的距离。

2、考试要求

（1） 深刻理解欧氏空间的定义及性质；掌握向量的长度，两个向量的夹角、正交及度量矩阵等概念和基本性质，使学生掌握各种概念之间的联系和区别。

（2） 正确理解正交向量组、标准正交基的概念，掌握施密特正交化过程，并能把一组线性无关的向量化为单位正交的向量。

（3） 深刻理解两个欧氏空间同构的定义。掌握两个欧氏空间同构的意义及同构与空间维数之间的关系。

（4）正确理解和掌握正交变换的概念及几个等价关系，让学生掌握正交变换与向量的长度，标准正交基，正交矩阵间的关系。

（5） 正确理解和掌握两个子空间正交的概念，掌握正交与直和的关系，及欧氏空间中的每一个子空间都有唯一的正交补的性质。

（6）深刻理解并掌握任一个对称矩阵均可正交相似于一个对角阵，并掌握求正交阵的方法。能用正交变换化实二次型为标准形。

3、重点、难点

重点：欧氏空间的定义及性质，向量的长度，两个向量的夹角、正交及度量矩阵等概念和基本性质，正交向量组、标准正交基的概念，施密特正交化，欧氏空间同构的意义及同构与空间维数之间的关系，正交变换的概念及几个等价关系，实对称矩阵的标准形，用正交变换化实二次型为标准形。

难点：施密特正交化；正交变换

参考教材或主要参考书：

《高等代数》，北京大学编，高等教育出版社