

《数学分析》考试大纲

一、课程性质、目的和任务

数学分析是本科数学学科各专业的基础课程,通过本课程的学习,培养学生具备比较扎实的函数理论、严谨逻辑思维能力、锻炼学生的空间想象力、掌握应用函数理论解决相关实际问题的能力,为最终使学生具有较好的数学素质打下坚实的基础。

二、基本要求

掌握实数的完备性理论、极限理论、函数的连续性理论、微积分理论、级数理论。能应用所学的函数理论分析、解决实际问题。

三、考试范围

(一) 实数与函数

1. 实数的分类与主要性质,绝对值与不等式 (A)
不足近似和过剩近似及其应用 (B)
2. 区间、邻域、确界的概念 (A)
确界原理 (A)
3. 函数的相关概念、表示法 (A)
函数的四则运算、复合、反函数 (B)
函数的图象 (C)
初等函数 (C)
4. 四类具有特殊性质的函数 (B)

(二) 数列极限

1. 极限思想 (B)
数列极限概念 (A)
2. 收敛数列的性质 (A)
收敛数列的四则运算法则 (B)
一些常见的极限 (A)
子列及其性质 (A)
3. 单调有界定理、柯西准则及其应用 (A)

(三) 函数极限

1. 各种类型的函数极限的概念 (A)
2. 函数极限的性质及其应用 (A)
3. 归结原理、柯西准则及其应用 (A)
4. 两个重要极限 (A)
5. 无穷小与无穷大的概念、相互关系 (B)
无穷小的比较 (C)
等价无穷小及其应用 (A)
函数的渐近线及其求法 (A)

(四) 函数的连续性

1. 连续的概念 (A)
间断点及其分类 (B)
2. 连续函数的局部性质和整体性质 (A)
反函数与复合函数的连续性 (A)
3. 初等函数的连续性 (B)

(五) 导数和微分

1. 导数的概念、几何意义 (A)
2. 求导法则 (A)
3. 参变量函数的求导法则 (A)
4. 微分概念、微分的运算法则 (A)
- 微分在近似计算的应用 (B)
5. 高阶导数与高阶微分的概念、求法 (A)
- Leibniz 公式 (B)
- 高阶微分 (B)

(六) 微分中值定理及其应用

1. 罗尔定理、拉格朗日定理与函数的单调性 (A)
2. 柯西中值定理 (A)
3. 泰勒公式及其应用 (A)
- 常用的几个函数的马克劳林展式 (A)
4. 洛比达法则及其应用 (A)
5. 函数极值的存在性及求法、最值及其应用 (A)
6. 函数的凸性和拐点 (B)
7. 函数的图形讨论 (B)

(七) 实数的完备性

1. 区间套定理、柯西准则、聚点定理、有限覆盖定理 (A)
- 完备性定理的等价性 (B)
2. 区间上连续函数的性质的证明 (B)

(八) 不定积分

1. 原函数与不定积分的概念、性质 (A)
- 基本积分公式 (A)
2. 分部积分法与换元积分法 (A)
3. 有理函数的不定积分 (A)
- 简单无理函数与三角函数的不定积分 (B)

(九) 定积分

1. 定积分的定义 (B)
2. 牛顿—莱布尼茨公式 (A)
3. 小和与大和的概念 (B)
- 定积分存在的条件 (B)
- 可积函数的分类 (A)
4. 定积分的性质与积分中值定理 (A)
5. 变限积分及其性质 (A)
- 第二积分中值定理 (C)
- 定积分的换元法与分部积分法及其应用 (A)
- 泰勒公式的积分型余项 (B)
6. 上和与下和的性质、积分存在的充分必要条件 (B)

(十) 定积分的应用

1. 求平面图形的面积 (A)
2. 求截面面积已知的立体图形的体积、旋转体的体积 (A)
3. 平面曲线的弧长 (A)
- 曲率 (C)
4. 微元法、求旋转曲面的面积 (A)
5. 利用定积分求液体的静压力、引力、变力做功 (A)

(十一) 反常积分

1. 反常积分及其收敛性的概念 (B)
 2. 无穷积分的性质及其收敛判别法 (A)
 3. 瑕积分的性质及其敛散性判别法 (A)
- (十二) 数项级数**
1. 数项级数, 部分和, 收敛与发散, 余项等概念 (B)
柯西收敛准则, 收敛级数的性质 (A)
 2. 正项级数及其收敛判别法 (A)
 3. 一般项级数的收敛判别法 (A)
- (十三) 函数列与函数项级数**
1. 函数列与函数项级数的概念 (B)
收敛与一致收敛的概念, 函数级数的收敛域 (A)
函数列与函数项级数一致收敛的判别法 (A)
 2. 一致收敛函数列和函数项级数的性质 (A)
- (十四) 幂级数**
1. 幂级数的收敛区间, 收敛半径 (B)
幂级数的性质 (A)
 2. 幂级数的泰勒展开和麦克劳林展开式 (A)
基本初等函数的幂级数展开 (A)
 3. 复变量的指数函数, 欧拉公式 (C)
- (十五) 傅立叶级数**
1. 三角级数, 傅立叶级数的概念 (C)
以 2π 为周期的函数的傅立叶级数的展开式 (A)
 2. 以 $2l$ 为周期的函数的傅立叶级数展开 (A)
- (十六) 多元函数的极限与连续**
1. 多元函数 (B)
平面点集的相关概念 (B)
柯西准则, 区域套定理, 聚点定理 (B)
多元函数的概念 (B)
 2. 二元函数的极限 (A)
 3. 二元函数的连续性及其性质 (A)
- (十七) 多元函数的微分学**
1. 多元函数的偏导数和全微分的概念, 联系; 可微的条件; 偏导数的应用 (A)
全微分的几何意义 (B)
 2. 多元复合函数的偏导数与全微分 (A)
 3. 方向导数与梯度的概念, 计算方法 (B)
 4. 高阶偏导数, 中值定理及泰勒公式 (A)
二元函数的极值 (A)
- (十八) 隐函数**
1. 隐函数的概念 (B)
隐函数偏导数和高阶偏导数 (A)
 2. 隐函数组的概念, 存在性 (A)
 3. 隐函数的几何应用 (A)
 4. 用拉格朗日乘数求条件极值 (A)
- (十九) 含参量积分**
1. 含参量积分的概念 (B)
含参量积分的连续性和可导性 (A)
 2. 含参量反常积分的性质, 收敛判别法 (A)
 3. Γ 函数和 B 函数的定义, 性质及其应用 (B)
- (二十) 曲线积分**

1. 第一型曲线积分的概念与求法 (A)
2. 第二型曲线积分的概念与计算 (A)

(二十一) 重积分

1. 平面图形的内, 外面积; 二重积分的定义、可积条件、性质 (A)
2. 化二重积分为累次积分 (A)
用二重积分计算曲面的面积 (B)
3. 格林公式, 曲线积分与路径的无关性 (A)
4. 二重积分的变量变换, 用极坐标计算二重积分 (A)
5. 三重积分的定义 (B)
三重积分的计算 (A)
6. 三重积分的简单应用 (B)

(二十二) 曲面积分

1. 第一型曲线积分的概念、计算 (A)
2. 曲面的侧 (B)
第二型曲面积分的定义、性质、计算 (A)
两类曲面积分之间的关系 (B)
3. 高斯公式与斯托克斯公式及其应用 (A)

四、主要教材及参考书

1. 教材:

华东师范大学数学系. 数学分析 (第三版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.

2. 主要参考书

[1] 陈传璋. 数学分析[M]. 北京: 人民教育出版社, 1992.

[2] Б. П. 吉米多维奇. 数学分析习题集[M]. 北京: 人民教育出版社, 1997.

[3] 裴礼文. 数学分析中的典型问题与方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 1993.

五、说明

对知识层次的要求含义是, A: 掌握; B: 理解; C: 了解。