

广东技术师范学院
系统理论专业（非线性系统理论与应用方向）硕士研究生入学考试大纲
《数学分析》考试大纲

一、考试性质

《数学分析》是广东技术师范学院系统理论专业（非线性系统理论与应用方向）硕士研究生入学考试的一门复试选考科目。旨在考察考生对《数学分析》的基本概念、基本理论及综合知识的掌握程度，衡量学生是否正确理解数学分析的基本概念，能否基本上掌握数学分析中的论证方法，获得较熟的演算技能和初步运用的能力。

考试对象为参加教育部面向全国招生的硕士研究生入学考试的本科毕业以及具有同等学历的报考人员。

二、考试的学科范围与考核重点

主要内容：极限论、一元函数微积分、无穷级数与多元函数微积分等。

基本要求及重点：

- （1）对极限思想方法有较深入的认识。
- （2）正确理解数学分析的基本概念，基本上掌握数学分析中的论证方法，具有较熟的演算技能和初步运用的能力。

三、考试形式与试卷结构

1. 答卷方式：闭卷笔试。满分为 100 分。
2. 答题时间：120 分钟
3. 考查内容及考查比例

考查内容分为较易、较难、难三个等级，基本概念和基础知识约占 40%，需要灵活地运用所学知识来解决问题的试题约占 30%，需要综合几个知识点来解决问题的试题约占 30%。

题目的形式主要有选择题、填空题、判断题、证明题、计算题、简答题、综合应用题等。题型不是关键，最关键的是对基本概念、基本原理和基础应用的真正理解，对知识点的掌握程度。因为，针对任一个知识点都可以产生多个不同类型的试题。

四、考试学科的具体内容与知识点

（供参考）

第一单元 实数集与函数

1. 实数的性质（封闭性、有序性、阿基里得性、稠密性与连续性），绝对不等式。
2. 区间与邻域。有界集、确界与确界原理。
3. 函数概念，函数的几种表示方法。
4. 函数的四则运算法则，复合函数，反函数。
5. 基本初等函数，初等函数。
6. 几类特殊类型的函数（有界函数、单调函数、奇函数、偶函数和周期函数）。

第二单元 数列 极限

1. 数列。数列极限的定义。无穷小数列。
2. 收敛数列的性质：唯一性，有界性，保号性，不等式性，迫敛性，四则运算法则，子列的性质。

3. 数列的收敛判别法（单调有界性定理，柯西(Cauchy)准则）及极限

第三单元 函数 极限

1. 函数极限的定义和定义。单侧极限。

2. 函数极限的性质：唯一性，有界性，局部保号性，不等式性，迫敛性，四则运算法则。

3. 函数极限的归结原则和柯西准则。

4. 两个重要极限，与。

5 无穷小量及其阶的比较。非正常极限，无穷大量

要求学生掌握函数极限的性质定理的证明方法，能应用函数极限和性质定理进行理论论证。学生能应用归结原则和柯西准则证明具体函数极限的不存在性，能应用归结原则求数列极限。

要求学生掌握无穷小量，非正常极限和无穷大量概念，弄清“ o ”，“ O ”的涵义。揭示无穷小量与无穷大量的关系，函数极限与无穷小量的关系。

第四单元 函数的连续性

1. 函数在一点连续、单侧连续和在区间上连续函数的定义，间断点及其分类。

2. 连续函数的局部性质：局部有界性，局部保号性。连续函数的四则运算，复合函数的连续性。反函数的连续性。

3. 闭区间上连续函数的性质：有界性，最大值与最小值存在性，介值性，一致连续性。

4. 初等函数的连续性。

第五单元 导数 和 微分

1. 导数定义，单侧导数，导函数。导数的几何意义。

2. 和，差，积，商的导数。反函数的导数。复合函数的导数。初等函数的导数。参变量函数的导数。

3. 高阶导数。莱布尼兹(Leibniz)公式。

4. 微分概念。微分的几何意义。微分运算法则。一阶微分形式不变性。

5. 高阶微分。微分在近似计算与误差估计中的应用。

要求学生掌握导数与单侧导数的关系，能求分段函数的导数。这是求导数的难点，应用导数运算法则和基本初等函数的求导公式，求初等函数的导数是教学和学生作业的重点，复合函数求导数则是教学和学生作业的难点，要求学生要加强练习，达到熟练。

高阶导数 是求函数的泰勒展开式和幂级数展开式的工具，要加强训练。

要求学生掌握微分与导数的关系，可导与连续的关系，

第六单元 微分 中值 定理 及其 应用，

1. 罗尔(Rolle)定理、拉格朗日(Lagrange)中值定理、柯西中值定理

2. 求不定式 极限的洛必达(L'Hospital)法则。

3. 泰勒公式，泰勒公式余项的（拉格朗日型和皮亚诺的(Peano)型)余项。一些初等函数的泰勒展开式。函数值的近似计算。

4. 函数单调性判定法。

5. 函数极值的概念，极值的必要条件。极值的充分条件，最大值最小值。

6. 曲线凹凸性及其拐点。函数图象的讨论。

7. 方程的近似解法。

重点:

1. 微分中值定理(包括罗尔定理、拉格朗日定理、柯西定理、泰勒定理)是利用函数导数的已知来推断函数与其所应的性质的有力工具,是本单元教学的重点。要揭示它们之间的相互关系,以及各定理的几何意义与证法。
2. 求学生能在讲授罗尔定理、拉格朗日定理、柯西定理解决理论证明题,进一步培养学生理论证明的能力。

第七单元 实数完备性的基本定理

1. 确界原理. 数列的单调有界性定理. 数列的柯西(Cauchy)收敛准则.. 区间套定理. 敛准则. 聚点定理. 有限覆盖定理. 致密性定理
2. 闭区间上连续函数的性质的证明。
3. 数列的上极限和下极限。

第八单元 不定积分

1. 原函数与不定积分. 基本积分表。
2. 线性运算法则. 换元积分法. 分部积分法。
3. 有理函数积分法. 三角有理函数的积分。
4. 几种无理函数的积分:
与 等。

不定积分运算是积分学基本运算。重点是不定积分的运算方法,要求学生加强练习,达到熟练

第九单元 定积分

1. 定积分定义. 定积分的几何意义. 牛顿(Newton)一莱布尼兹公式。
2. 可积的必要条件上和、下和及其性质. 可积的充要条件。
3. 可积函数类. 在闭区间上连续的函数、在闭区间上只有有限个不连续点的有界函数、单调函数
4. 定积分的性质: 线性运算法则、区间可加可积性、不等式性质、绝对可积性. 积分中值定理
5. 微积分基本定理. 换元积分法. 分部积分法。

第十单元: 定积分的应用

1. 平面图形的面积。
2. 已知截面面积函数的立体体积. 旋转体的体积. 旋转体的侧面积
3. 平面曲线的弧长与弧微分. 曲率。
4. 微元法. 旋转体的侧面积。
5. 定积分在物理中的应用: 液体静压力、引力、功与平均功率。
6. 定积分的近似计算: 梯形法、抛物线法。

第十一单元 反常积分

1. 无穷限积分的概念. 柯西收敛准则. 线性运算法则. 绝对收敛与条件收敛. 收敛性判别法。

2. 瑕积分的概念。收敛性判别法。

第十二单元 数项级数

1. 级数收敛与和的概念。柯西收敛准则。收敛级数的基本性质。
2. 正项级数。收敛原理。比较判别法。比式判别法与根式判别法。拉贝 (Raabe) 判别法与高斯 (Gauss) 判别法。
3. 一般项级数。绝对收敛定义与条件收敛。交错级数。莱布尼兹判别法。阿贝尔判别法狄利克雷判别法。
4. 绝对收敛级数的重排定理。条件收敛级数的黎曼 (Riemann) 定理。

第十三单元 函数列与函数项级数

1. 函数列与函数项级数的收敛与一致收敛概念。一致收敛柯西准则。
2. 函数项级数一致收敛维尔斯特拉斯 (Weierstrass) 优级数判别法。阿贝尔判别法与狄利克雷判别法。
3. 函数列极限函数与函数项级数和函数的连续性、逐项积分与逐项求导性质。

第十四单元 幂级数

1. 阿贝尔定理。收敛半径与收敛区间。一致收敛性。连续性、逐项积分与逐项微分。幂级数的加法与乘法。
2. 泰勒级数。泰勒展开的条件。初等函数的泰勒展开。近似计算。
3. 用幂级数定义正弦、余弦函数。复变函数的指数函数与欧拉 (Euler) 公式。

第十五单元 傅里叶 (Fourier) 级数

1. 三角级数。三角函数系的正交性。傅里叶级数。傅里叶级数的收敛定理。
2. 以 $2l$ 为周期的函数的傅里叶级数。奇函数与偶函数的傅里叶级数。
3. 以 $2l$ 为周期的函数的傅里叶展开式。
4. 贝塞尔 (Bessel) 不等式。黎曼-勒贝格 (Riemann-Lebesgue) 定理。傅里叶级数的收敛定理的证明。

第十六单元 多元函数的极限与连续

1. 平面点集的基本概念：邻域、内点、界点、聚点、开集、闭集、开域、闭域。
2. 二元函数的概念及其几何表示。 n 维空间与 n 元函数。
3. \mathbb{R} 的完备性定理：柯西准则、区域套定理、聚点定理、有限覆盖定理。
4. 重极限与累次极限。二元函数的连续性。有界闭域上的连续函数的性质。

第十七单元 多元函数微分学

1. 偏导数及其几何意义。
2. 全微分的概念。全微分的几何意义。可微的充分条件。全微分在近似计算中的应用。
3. 方向导数与梯度。
4. 复合函数的偏导数与全微分。一阶全微分形式不变性。
5. 高阶导数及其与顺序无关的条件。高阶微分。
6. 二元函数的泰勒定理。二元函数的极值。

第十八单元 隐函数定理及其应用

1. 隐函数概念。隐函数定理。隐函数求导。
2. 隐函数组概念。隐函数组定理。隐函数组求导。
3. 反函数组与坐标变换。函数行列式。函数相关。
4. 几何应用。条件极值与拉格朗日乘数法。

第十九单元 含参量积分

1. 含参量积分的概念。连续性、可微性与可积性。积分顺序的交换。
2. 参量反常积分的收敛与一致收敛性。一致收敛的柯西准则。维尔斯特拉斯判别法、阿贝耳判别法与狄利克雷判别法。连续性、可微性与可积性。积分顺序的交换。
3. 函数与函数。

第二十单元 曲线积分

1. 第一型曲线积分的概念与计算。
2. 第二型曲线积分的概念与计算。
3. 两类曲线积分的联系。

第二十一单元 重积分

1. 平面图形的面积。二重积分的定义及其存在性。二重积分的性质。直角坐标下计算二重积分。格林公式 曲线积分与路线的无关性。二重积分的换元法（极坐标变换与一般变换）

2. 三重积分的概念。化三重积分为累次积分。三重积分的换元法（柱面坐标变换、球坐标变换与一般变换）。

1. 重积分的应用：立体的体积。曲面的面积。物体的重心。质点（物体）关于轴（面）的转动惯量、引力。

4. n 重积分

5. 无界区域上反常二重积分的收敛性概念。无界函数反常重积分。

第二十二单元 曲面积分

1. 第一型曲面积分的概念。第一型曲面积分的计算。
2. 曲面的侧。第二型曲面积分的概念。第二型曲面积分的计算。
3. 两类曲面积分的联系。
4. 高斯公式与斯托克斯公式。
5. 场论初步（场的概念、梯度场、散度场、旋度场、量场与有势场）。

第二十三单元 实数理论

1. 为了与分析的其它分支联系得更加紧密，介绍康托尔（Cantor）的基本序列说，对戴德金(Dedekind)的分割说仅介绍其大意。

考试样题（参考）

硕士研究生入学考试（复试）试卷

学位类别名称

专业或领域名称 系统理论（非线性系统方向）

专业基础课名称 数学分析

考生须知

1. 答案必须写在答题纸上，写在试题册上无效。
 2. 答题时一律使用蓝、黑色墨水笔作答，用其它笔答题不给分。
- 交卷时，请配合监考员验收，并请监考员在准考证相应位置签字（作为考生交卷的凭证）。
否则，产生的一切后果由考生自负

- （一）选择题（共 20 分）
- （二）判断题（共 15）
- （三）填空题（共 15 分）
- （四）计算题（20 分）
- （五）简答/证明/综合题（30 分）