625 数学分析考试大纲

一、考试目的

《数学分析》作为全日制硕士研究生入学考试的专业基础课考试，其目的是考察考生是否具备进行本学科各专业硕士研究生学习所要求的水平。

二、考试的性质与范围

本考试是一种测试应试者综合运用所学的数学分析的知识的尺度参照性水平考试。考试范围包括数学分析的基本的概念，理论和方法，考察考生的理解、分析、解决数学分析问题的能力。

三、考试基本要求

1. 熟练掌握数学分析的基本概念、命题、定理；

2．综合运用所学的数学分析的知识的能力

四、考试形式

闭卷考试。

五、考试内容（或知识点）

一、数列极限

数列、数列极限的 定义，收敛数列——唯一性、有界性、保号性、不等式性、迫敛性、四则运算，单调有界数列极限存在定理。柯西准则，重要极限。

二、函数极限

函数极限。 定义， 定义，单侧极限，函数极限的性质——唯一性、局部有界性、局部保号性、不等式性、迫敛性、四则运算、归结原则（Heine 定理）。函数极限的柯西准则。

无穷小量及其阶的比较，无穷大量及其阶的比较，渐近线。

三、函数的连续性

函数在一点的连续性、单侧连续性、间断点及其分类。在区间上连续的函数，连续函数的局部性质——有界性、保号性。连续函数的四则运算。复合函数的连续性。

闭区间上连续函数的性质——有界性、取得最大值最小值性、介值性、一致连续性、反函数的连续性，初等函数连续性。

四、导数和微分

导数定义，单侧导数、导函数、导数的几何意义、费马(Fermat)定理。和、积、商的导数、反函数的导数、复合函数的导数、初等函数的导数、参变量函数的导数、高阶导数、微分概念、微分的几何意义、微分的运算法则。

五、微分中值定理

Roll、Lagrange、Cauchy 中值定理，不定式极限，洛比达（L'Hospital）法则，泰勒（Taylor）定理。（泰勒公式及其皮亚诺余项、拉格朗日余项、积分型余项）。 极值、最大值与最小

值。曲线的凸凹性。拐点，函数图的讨论。

六、实数的完备性

区间套定理，数列的柯西（Cauchy）收敛准则，聚点原理，有界数列存在收敛子列，有限覆盖定理。

七、不定积分

原函数与不定积分，换元积分法、分部积分法，有理函数积分法，三角函数有理式的积分法，几种无理根式的积分。

八、定积分

牛顿——莱布尼茨公式，可积的必要条件，可积的充要条件，可积函数类。绝对可积性，积分中值定理，微积分学基本定理。换元积分法，分部积分法。

九、定积分的应用

简单平面图形面积。有平行截面面积求体积，曲线的弧长与微分。微元法、旋转体体积与侧面积，物理应用（引力、功等）。

十、反常积分

无穷限反常积分概念、柯西准则，绝对收敛、无穷限反常积分收敛性判别法：比较判别法，狄利克雷（Dirichlet）判别法，阿贝尔（Abel）判别法。无界函数反常积分概念，无界函数反常积分收敛性判别法。

十一、数项级数

级数收敛与和，柯西准则，收敛级数的基本性质，正项级数比较原则。比式判别法与根式判别法、积分判别法。一般项级数的绝对收敛与条件收敛，交错级数，莱布尼茨判别法，狄利克雷（Dirichlet）判别法，阿贝尔（Abel）判别法。绝对收敛级数的重排定理。

十二、函数列与函数项级数

函数列与函数项级数的收敛与一致收敛概念，一致收敛的柯西准则。函数项级数的维尔斯特拉斯（Weierstrass）优级数判别法，狄利克雷（Dirichlet）判别法，阿贝尔（Abel）判别法，函数列极限函数与函数项级数和的连续性、逐项积分与逐项求导。

十三、幂级数

幂级数的收敛半径与收敛区间，一致收敛性、连续性、逐项积分与逐项求导，幂级数的四则运算。

泰勒级数、泰勒展开的条件，初等函数的泰勒展开。

十四、傅里叶（Fourier）级数

三角级数、三角函数系的正交性、傅里叶（Fourier）级数，贝塞尔（Bessel）不等式，黎曼——勒贝格定理，按段光滑且以 2π 为周期的函数展开，傅里叶级数的收敛定理，以 2π 为周期的函数的傅里叶级数，奇函数与偶函数的傅里叶级数。

十五、多元函数的极限和连续

平面点集概念（邻域、内点、界点、开集、闭集、开域、闭域），平面点集的基本定理——区域套定理、聚点原理、有限覆盖定理。

二元函数概念。二重极限、累次极限，二元函数的连续性、复合函数的连续性定理、有界闭域上连续函数的性质。

十六、多元函数的微分学

偏导数及其几何意义，全微分概念，全微分的几何意义，全微分存在的充分条件，全微分在近似计算中的应用，复合函数的偏导数与全微分，一阶微分形式不变性，方向导数与梯度，混合偏导数与其顺序无关性，高阶导数，高阶微分，二元函数的泰勒定理，二元函数的极值。

十七、隐函数定理

隐函数概念、隐函数定理、隐函数求导。

隐函数组概念、隐函数组定理、隐函数组求导、反函数组与坐标变换，函数行列式。

几何应用，条件极值与拉格朗日乘数法。

十八、含参量积分

含参量积分概念、连续性、可积性与可微性，积分顺序的交换。

含参量反常积分的收敛与一致收敛，一致收敛的柯西准则。维尔斯特拉斯（Weierstrass）判别法。连续性、可积性与可微性，Gamma 函数。

十九、曲线积分

第一型和第二型曲线积分概念与计算，两类曲线积分的联系。

二十、重积分

二重积分定义与存在性，二重积分性质，二重积分计算（化为累次积分）。格林（Green）公式，曲线积分与路径无关条件。二重积分的换元法（极坐标与一般变换）。

三重积分定义与计算，三重积分的换元法（柱坐标、球坐标与一般变换）。

重积分应用（体积，曲面面积，重心、转动惯量、引力等）。

无界区域上的收敛性概念。无界函数反常二重积分。

在一般条件下重积分变量变换公式。

二十一、曲面积分

曲面的侧。第一型和第二型曲面积分概念与计算，高斯公式。斯托克斯公式。

场论初步（梯度场、散度场、旋度场）。

六、考试题型

计算题、证明题。

七、参考书目：本科通用教材

《数学分析》(上下册),复旦大学数学系编,高等教育出版社;

《数学分析》(上下册),华东师范大学数学系编,高等教育出版社